TENSOMETRIA ELEKTROOPOROWA .

1. Związki podstawowe .

Metoda tensometrii rezystancyjnej jest bardzo prostym a zarazem dokładnym sposobem pomiaru odkształceń liniowych na powierzchni badanego ustroju . Pomiar odkształceń za pomocą tensometrów rezystancyjnych oparty jest o znane zjawisko zmiany rezystancji przewodnika na skutek jego wydłużenia . Punktem wyjścia jest powszechnie znany wzór :

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{1}$$

gdzie : R – rezystancja przewodnika, ρ – rezystancja właściwa materiału przewodnika, l – długość przewodnika, A – pole przekroju przewodnika. Podstawową zależność tensometrii łatwo uzyskać przekształcając wzór wyjściowy . W tym celu należy po pierwsze zlogarytmizować wyrażenie (1) :

$$\ln R = \ln\rho + \ln l - \ln A$$

Po zróżniczkowaniu otrzymuje się :

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A}$$

lub w przyrostach skończonych :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta A}{A} \quad .$$

Jeśli symbolem ε oznaczyć odkształcenie liniowe wzdłuż przewodnika czyli tensometru w postaci pojedynczego drucika , powyższy wzór można zapisać w postaci :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \varepsilon - 2\nu\varepsilon \quad \text{czyli :}$$

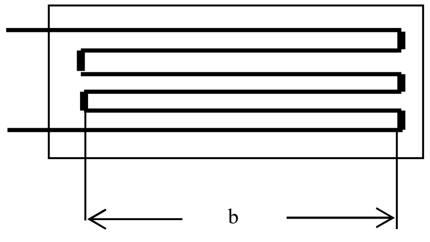
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + (1 + 2\nu)\varepsilon \ .$$

Dla większości stosowanych materiałów do wytwarzania tensometrów $\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0$ . Tak więc dla tensometru w postaci pojedynczego drucika otrzymuje się prostą formułę zwaną równaniem tensometrii :

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad \text{, gdzie k = 1+2ν nazywa się stałą tensometryczną .} \tag{2}$$

2. Budowa i klejenie tensometrów .

Ponieważ dla większości stosowanych materiałów do wytwarzania tensometrów liczba Poissona zawiera się w przedziale $0.24 < \nu < 0.42$ , więc $1.48 < k < 1.84$ . W praktyce aby przyrost rezystancji ΔR osiągnął możliwie duża , łatwą do zmierzenia wielkość , typowy tensometr ma postać nie pojedynczego drucika a pakietu drucików . Długi przewodnik zajmuje wtedy niewielki obszar w miejscu wybranym do pomiaru odkształcenia . Na rysunku poniżej pokazano schemat typowego tensometru :




Rys. 1. Schemat tensometru .

Wymiar „b” zwany bazą jest ważnym parametrem czujnika . Określa on wymiar (w kierunku mierzonego odkształcenia ) obszaru w którym pomiar jest uśredniony . Siatki tensometrów

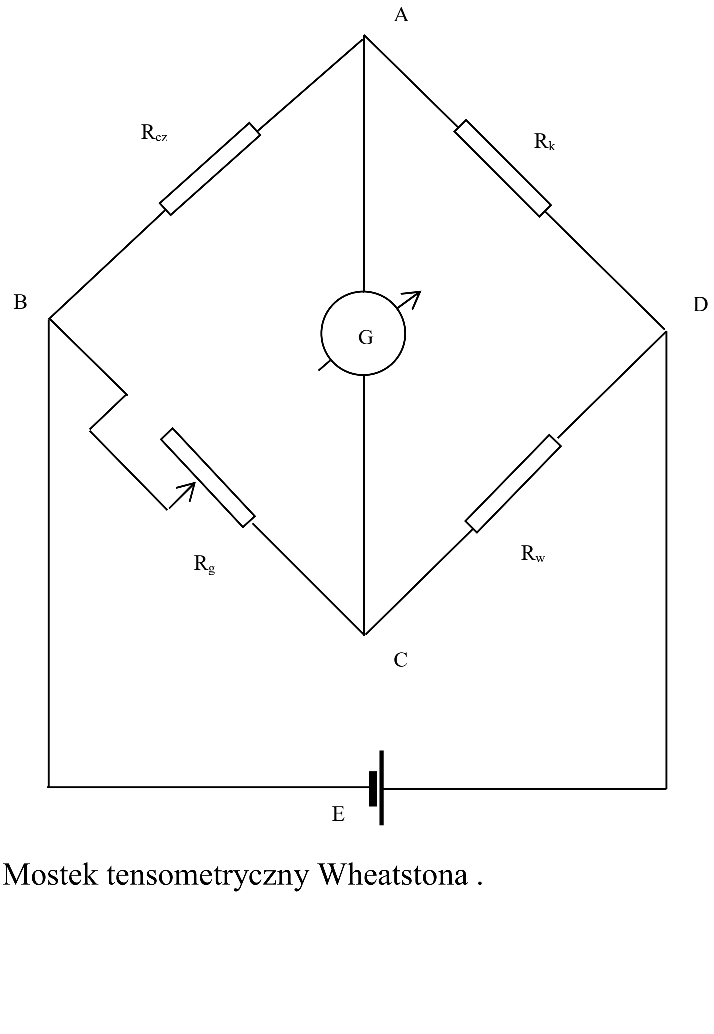
wytwarzane w postaci siatek drukowanych (trawionych) mają bazę w przedziale od 0.5 mm – (wybitnie lokalne pomiary) do 120 mm (pomiary na dużych konstrukcjach np. budowlanych). Tensometry powszechnie stosowane mają bazę 5 – 10 mm . Oczywiście siatki tensometryczne wklejone są między dwie podkładki zabezpieczające, tradycyjnie papierowe o grubości 0.02-0.05 mm a współcześnie z folii epoksydowej o grubości 3 – 10 μm . Dla tak skonstruowanego w formie siatki czujnika stała „k" zmienia się w granicach 1.8 – 2.6 . Ze względu na utrzymanie w dużym zakresie temperatur ( -50°- 150° ) liniowości prawa tensometrii stosuje się na materiał siatki stop miedziowo niklowy w proporcjach 60%-40% zwany konstantanem .
Typ tensometru określa jego wymiary, rezystancję i stałą tensometryczną „k" .

Do naklejenia tensometrów na powierzchni ustroju w wybranym punkcie i ustalonym kierunku służą specjalne kleje jedno lub dwuskładnikowe . Kleje muszą spełniać szereg warunków a przede wszystkim dawać cienką warstwę co eliminuje efekt odkształcalności samego spoiwa i trwałość połączenia w możliwie długim okresie czasu . Oczywiście powierzchnia materiału przed klejeniem musi być starannie przygotowana : oczyszczona chemicznie (głównie odtłuszczona) , wyrównana ale najlepiej lekko szorstka . Zapewni to najlepsze przyjęcie kleju .

Tensometr gotowy do pomiarów musi mieć dwa wyprowadzenia : jedno masowe i drugie koniecznie odizolowane od powierzchni ustroju tzw. czynne . Po naklejeniu, wyschnięciu i wstępnym pomiarze sprawdzającym zabezpiecza się czujnik przed uszkodzeniem mechanicznym zalewając go silikonem .

3. Mostek tensometryczny i pomiar pojedynczym tensometrem .

Powszechnym w laboratorium fizycznym przyrządem do pomiaru oporności jest mostek Wheatstona pokazany na rysunku poniżej :




Rys. 2. Mostek tensometryczny Wheatstona .

Element oznaczony symbolem $R_{cz}$ to właśnie podłączony do mostka tensometr mierzący odkształcenie na powierzchni ustroju – tensometr czynny . Również poza urządzeniem mostka znajduje się element oznaczony przez $R_k$ – tzw. tensometr kompensacyjny identyczny z tensometrem czynnym . Zazwyczaj nakleja się go na kawałku materiału takiego samego jak materiał ustroju badanego i umieszcza w jego okolicy . Funkcją tensometru kompensacyjnego jest eliminacja wpływu na odkształcenie czujnika innego niż obciążenie założone , przede wszystkim wpływu zmian temperatury . Omawiany schemat jest nie jedynym ale najbardziej powszechnym sposobem wykorzystania mostka do pomiaru odkształcenia .

Powszechnie wyróżnia się dwie metody wykorzystania tego samego mostka . W dalszym ciągu zaprezentowano tzw. metodę zerową . Polega ona na równoważeniu mostka przy zmieniającej się na skutek odkształcenia rezystancji $R_{cz}$ za pomocą potencjometru $R_g$ czyli wyzerowaniu prądu $I_{AC}$ płynącego przez galwanometr G . Wtedy przed obciążeniem ustroju dla prądów płynących w poszczególnych gałęziach spełnione są warunki $I_{AB} = I_{AD}$ oraz $I_{BC} = I_{DC}$ . Uwzględniając to można zapisać warunek równości potencjałów $U_A = U_C$ , czyli :

$$I_{AB} \cdot R_{cz} = I_{BC} \cdot R_g$$

i

$$I_{AB} \cdot R_k = I_{BC} \cdot R_w$$

skąd wynika proporcja $\frac{R_{cz}}{R_k} = \frac{R_g}{R_w}$ a następnie wzór $R_{cz} = \frac{R_k}{R_w} \cdot R_g$ .

Po obciążeniu ustroju $R_{cz}$ zmieni się na $R_{cz}'$ i $R_g$ na $R_g'$ , zatem : $R_{cz}' = \frac{R_k}{R_w} \cdot R_g'$ .

Ostatecznie zmiana rezystancji tensometru czynnego zmienia się według wzoru :

$$\Delta R_{cz} = \frac{R_k}{R_w} \cdot (R_g' - R_g) .$$

Wielkość $R_g' - R_g$ czyli różnicę rezystancji oporów wzorcowych mierzy się z bardzo dużą dokładnością . Profesjonalne mostki tensometryczne są tak skonstruowane , że można mierzyć względną zmianę oporności $\Delta R/R$ rzędu $10^{-6}$ . Poza tym na urządzeniu ustawia się wartość stałej „k" tensometru co daje pomiar nie $\Delta R/R$ a $\varepsilon$ w % , oczywiście nie bezpośrednio ale jako różnicę odczytu po obciążeniu $\varepsilon_k$ i przed obciążeniem $\varepsilon_0$ .

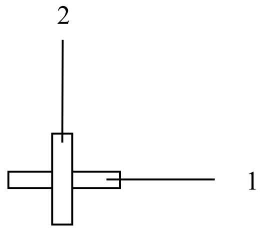
Współcześnie coraz częściej stosuje się nie metodę zerową opisaną powyżej ale metodę wychyłową . Różnica w budowie mostka polega na zastosowaniu galwanometru o wielkiej oporności wewnętrznej co najmniej kilkunastu MΩ . W szczególności są to galwanometry cyfrowe . Do pomiarów dynamicznych stosuje się oczywiście zawsze metodę wychyłową . Wtedy zamiast galwanometru podłącza się oscyloskop lub inny rejestrator napięciowy . Pomiary profesjonalne są skomputeryzowane . Wczytując wartości pomierzone na tensometrach dostaje się ostateczne wyniki w postaci na przykład wykresów naprężeń .

W ćwiczeniach stosuje się również inny, tzw. półmostkowy układ . Wtedy tensometr kompensacyjny również nakleja się na ustroju . W ogólności wynik takiego pomiaru daje różnicę odkształceń w punktach naklejenia tensometrów czynnego i kompensacyjnego . W szczególności taki układ stosuje się w przypadku zginania belek o przekrojach podwójnie symetrycznych . Tensometry czynny naklejony na włóknach górnych i kompensacyjny na dolnych w tym samym przekroju mierzą z osobna przeciwne sygnały . Zastosowane razem dają sygnał podwojony czyli dokładniejszy pomiar odkształcenia . Oczywisty jest też brak reakcji takiego układu w przypadku rozciągania osiowego a nie zginania .

4. Wyznaczanie płaskiego stanu naprężenia metodą tensometryczną .

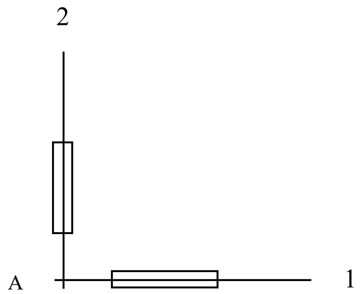
Wiadomości z punktu 3. dają podstawę do wyznaczania jednoosiowego stanu naprężenia . Jak wiadomo do obliczenia jedynej składowej naprężenia normalnego wystarcza znajomość odkształcenia liniowego w tym samym kierunku skoro obowiązuje prawo Hooke'a w postaci : $\sigma = E \cdot \varepsilon$ . W stanie jednoosiowym położenie głównego kierunku szukanego naprężenia jest na ogół znane i wystarczy nakleić jeden tensometr właśnie w tym kierunku .

Płaski stan naprężenia wyznacza się w zależności od tego czy położenie kierunków głównych jest znane czy nie . Zawsze obowiązuje zasada , że liczba tensometrów równa się liczbie składowych stanu naprężenia do wyznaczenia . W pierwszym przypadku pomiar a w szczególności opracowanie wyników jest bardzo proste . Dwa tensometry nakleja się wzdłuż dwóch znanych kierunków głównych w postaci tzw. rozety krzyżowej :




Rys. 3. Rozeta krzyżowa .

Tensometry 1 i 2 nie muszą na siebie nachodzić :

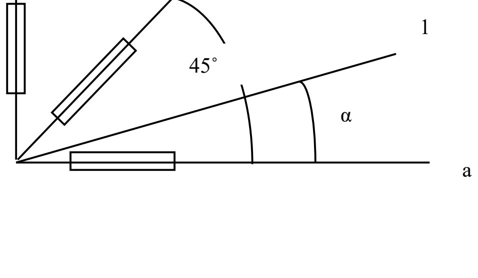



Rys. 4. Rozeta krzyżowa .

Wtedy punkt A przecięcia kierunków 1 i 2 uważa się za punkt pomiarowy . Naprężenia główne wylicza się z prawa Hooke'a dla płaskiego stanu naprężenia , podstawiając do wzorów bezpośrednio zmierzone wyniki pomiarów $\varepsilon_1$ i $\varepsilon_2$ :

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) \quad \text{i} \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) \qquad (3)$$

W drugim przypadku , gdy nieznane są położenia kierunków głównych , do wyznaczenia stanu naprężenia w punkcie trzeba nakleić trzy tensometry . Ze względu na prostotę obróbki wyników pomiarowych najbardziej preferowany jest układ trzech tensometrów zwany rozetka prostokątną :




Rys. 4. Rozeta prostokątna .

Tensometry „a” i „c” są do siebie prostopadłe a tensometr „b” leży na dwusiecznej kąta prostego . Kierunki trzech tensometrów przecinają się w jednym punkcie przyjętym za punkt pomiarowy .

Zadanie polega teraz na wykonaniu następujących etapów . Po pierwsze wyznacza się dla punktu pomiarowego składowe odkształcenia w płaszczyźnie „ac” . Można to zrobić metodą analityczną , wykreślną lub analityczno-wykreślną . Dla omawianej rozetki najwygodniejsza jest metoda analityczno-wykreślna czyli za pomocą koła Mohr’a narysowanego na podstawie prostych obliczeń . Odkształcenie postaciowe względem kierunków „a” , „c” wyraża się wzorem :

$$\gamma_{ac} = 2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c) . \qquad (4)$$

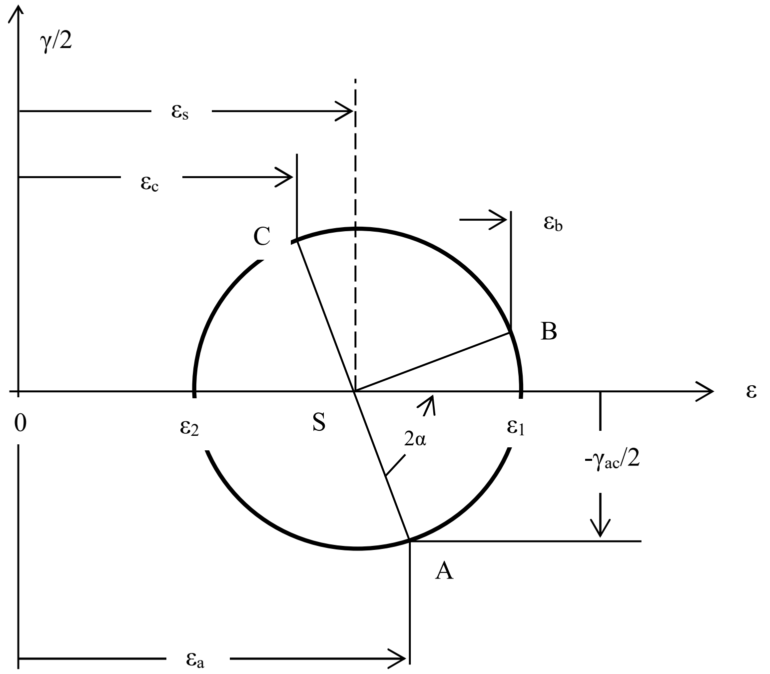
Już teraz mając stan odkształcenia na płaszczyźnie można wyliczyć składowe płaskiego stanu naprężenia :

$$\sigma_a = E(\varepsilon_a+\nu\varepsilon_c)/(1-\nu^2) , \ \sigma_c = E(\varepsilon_c+\nu\varepsilon_a)/(1-\nu^2) \ \text{i} \ \tau_{ac} = G\cdot\gamma_{ac} , \text{ gdzie } G = E/2(1+\nu) . \qquad (5)$$

Niemniej jednak zaleca się narysować koło Mohr’a dla kontroli obliczeń .

Środek szukanego koła ma odciętą $\varepsilon_s = (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2$ . Teraz można nanieść punkt A o współrzędnych $(\varepsilon_a, -\gamma_{ac}/2)$ oraz punkt C o współrzędnych $(\varepsilon_c, \gamma_{ac}/2)$ . Punkty te powinny leżeć na wspólnej średnicy . Punkt B nanosi się w celu skontrolowania prawidłowości obliczeń . Jeśli dalsze polecenia dotyczą wyznaczenia naprężeń głównych i kierunków głównych lub maksymalnych naprężeń stycznych i położenia ich płaszczyzn , odpowiednie składowe odkształceń liczy się ze wzorów transformacyjnych albo odczytuje z precyzyjnie wykreślonego koła Mohr’a . Potem podstawia się je do wzorów prawa Hooke’a :

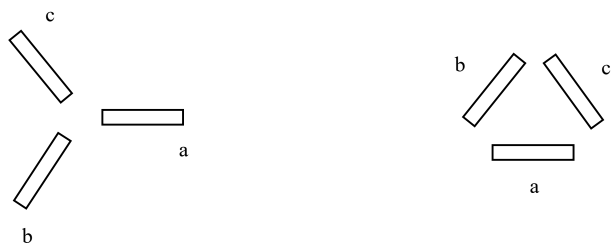
$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) \ \text{i} \ \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) \ \text{lub} \ \tau_{max} = G\cdot\gamma_{max} = G(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) . \qquad (6)$$




Rys. 5. Koło Mohra dla odkształceń – pomiar rozetą prostokątną .

Na koniec nanosi się jeden z kierunków głównych na rysunku rozetki , na przykład kierunek „1” obrócony o znany już kąt α od kierunku A , o zwrocie zgodnym ze zwrotem kąta 2α na kole Mohr’a .

Następnie omówiono skrótowo inną równie powszechną rozetkę równokątną .




Rys. 6. Rozeta równokątna .

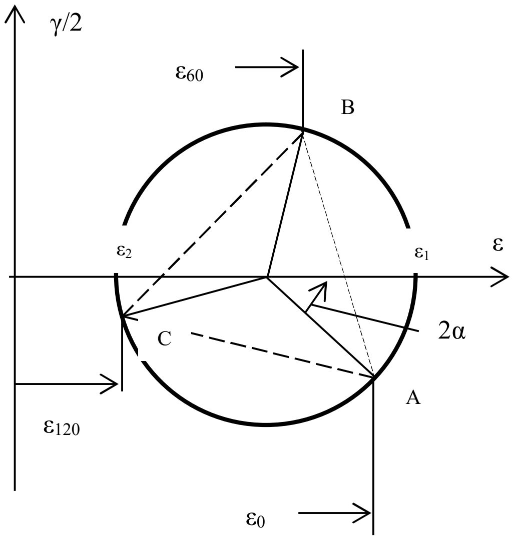
Opis kierunków tensometrów : $\varepsilon_a = \varepsilon_{0^\circ}$ , $\varepsilon_b = \varepsilon_{60^\circ}$ , $\varepsilon_c = \varepsilon_{120^\circ}$ .
Bez wchodzenia w szczegóły , do wyznaczenia odkształceń głównych i kierunków głównych służą następujące wzory transformacyjne :

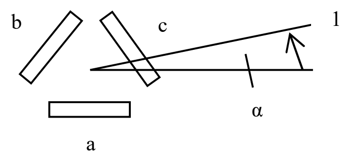
$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_o + \varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{60})^2 + (\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120})^2 + (\varepsilon_{120} - \varepsilon_0)^2}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_o + \varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{60})^2 + (\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120})^2 + (\varepsilon_{120} - \varepsilon_0)^2} \qquad (7)$$

$$\mathrm{tg}2\alpha = \sqrt{3}\;\frac{\varepsilon_{120} - \varepsilon_{60}}{2\varepsilon_0 - (\varepsilon_{60} + \varepsilon_{120})} \quad .$$

Ponieważ tensometry $\varepsilon_{0^\circ}$ , $\varepsilon_{60^\circ}$ i $\varepsilon_{120^\circ}$ usytuowane są co 60$^o$ , punkty na kole Mohr'a odpowiadające tensometrom a, b i c leżą co 120$^o$ jak na poniższym rysunku a trójkąt ABC jest oczywiście równoboczny .




Rys. 7. Koło Mohra dla odkształceń - pomiar rozetą równokątną .