

WYKŁAD 9

PŁYN NEWTONA



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



TENSOR NAPRĘŻENIA DLA PŁYNU NEWTONA

Płyn prosty to taka substancja, w której tensor naprężenia \mathbb{T} jest funkcją tensora prędkości odkształcenia $\dot{\mathbb{D}}$

$$\mathbb{T} = f(\dot{\mathbb{D}})$$

Płyn nie reaguje na odkształcenie, które już zaistniało, ale reaguje na prędkość, z jaką odkształcenie zachodzi.

Rozwińmy funkcję f w otoczeniu zerowego $\dot{\mathbb{D}}$ w szereg Taylora

$$\mathbb{T} = \mathbb{T}(0) + \text{liniowa funkcja } \dot{\mathbb{D}} + \text{kwadratowa funkcja } \dot{\mathbb{D}}$$

składnik stały

Składnik stały $\mathbb{T}(0)$ wyznaczamy dla bezruchu.

Wtedy $v_k = 0 \Rightarrow \dot{\mathbb{D}} = 0$ i obowiązuje prawo Pascala.

$$\mathbb{T}(0) = -\mathbb{I}p$$

Składnik liniowy (elementy $\dot{\mathbb{D}}$ nie mogą występować w innej formie niż liniowa)

$$\text{lin } \dot{\mathbb{D}} = 2\mu\dot{\mathbb{D}} + \beta \mathbb{I} \text{Tr}(\dot{\mathbb{D}})$$

gdzie μ i β – stałe określające własności fizyczne płynu

a $\text{Tr}(\dot{\mathbb{D}})$ to ślad tensora deformacji

Ślad tensora deformacji:



$$\text{Tr}(\dot{\mathbb{D}}) = \dot{D}_{11} + \dot{D}_{22} + \dot{D}_{33} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right)$$

Dla małych $\dot{\mathbb{D}}$ rozwinięcie funkcji f może być obcięte na składniku liniowym.

Opis płynu, dla którego funkcja f jest ograniczona do składnika liniowego nazywa się płynem newtonowskim

Tensor naprężenia dla Płynu Newtona:



$$\mathbb{T} = -\mathbb{I} p + 2\mu \dot{\mathbb{D}} + \beta \mathbb{I} \text{Tr}(\dot{\mathbb{D}})$$

Składowe tensora naprężenia T_{ik} są następujące:



$$T_{ik} = -p \delta_{ik} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) + \beta \delta_{ik} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right)$$

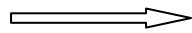
Tensor naprężenia jest tensorem symetrycznym $T_{ik} = T_{ki}$

LEPKOŚĆ

μ i β są stałymi określającymi własności fizyczne płynu.

μ nazywamy lepkością dynamiczną płynu

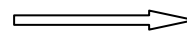
Wymiar μ



$$[\mu] = \frac{[T]}{[\dot{D}]} = \frac{N/m^2}{1/s} = \frac{N \cdot s}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s}$$

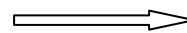
β nazywamy lepkością objętościową płynu

Wymiar β jest taki sam jak wymiar μ



$$[\beta] = [\mu]$$

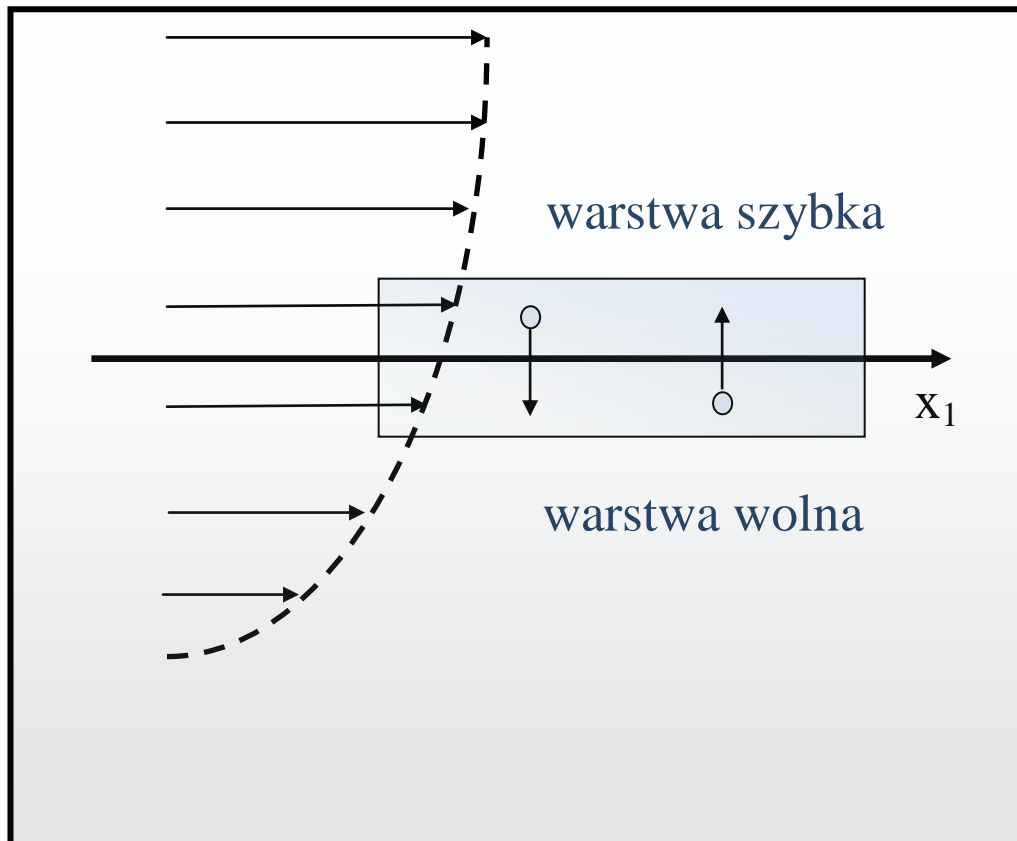
Lepkość kinematyczna ν
i jej wymiar



$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{m^2}{s}$$

Lepkość gazu



Cząsteczki gazu wykonują chaotyczny ruch cieplny. Cząstka przemieszczająca się z warstwy szybszej do wolnej, zwiększa pęd w warstwie wolnej. Cząstka przemieszczająca się z warstwy wolnej do szybkiej zmniejsza jej pęd. Wymiana pędu pomiędzy warstwami powoduje powstanie siły.

Zwiększenie wymiany cząstek, a zatem i wymiany pędu, między warstwami następuje przy wzroście średniej prędkości ruchu cieplnego.

$$\mu \sim \sqrt{T}$$

Wzór empiryczny zależności lepkości od temperatury ma postać:

$$\mu = \frac{A \cdot T}{B + \sqrt{T}}$$

gdzie **A** i **B** to stałe.

Lepkość gazu rośnie wraz z temperaturą!

Lepkość cieczy

W cieczy nie ma swobodnego ruchu cieplnego cząsteczek. Wykonują one drgania wokół swych średnich położeń. Zwiększenie temperatury powoduje zwiększenie amplitudy drgań i obniżenie wzajemnych oddziaływań

**Lepkość cieczy maleje wraz z temperaturą!
Stopień zmian zależy od rodzaju cząstek, czyli składu chemicznego cieczy.**

