ZADANIA PRZEPŁYWU CIEPŁA. NAPRĘŻENIA TERMICZNE

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) + q_v(x,y,z,t)\,,$$

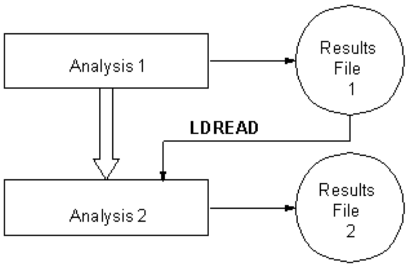
gdzie: $T(x,y,z,t)$ - temperatura, q_v – objętościowe źródła ciepła (W/m^3), ρ – density (kg/m^3),
$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ – ortotrop. współczynniki przewodzenia ciepła (W/mK), c – ciepło właściwe (J/kg).

Analiza termiczna w stanie ustalonym może być liniowa, ze stałymi właściwościami materiału; lub nieliniowe, z właściwościami materiału zależnymi od temperatury. Właściwości termiczne większości materiałów zmieniają się wraz z temperaturą, więc analiza zwykle jest nieliniowa.

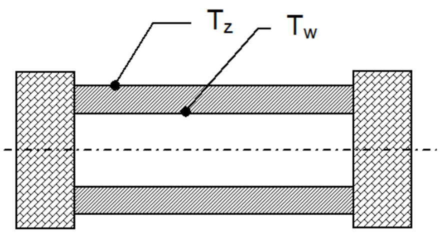
Współczynnik rozszerzalności cieplnej zależny jest od temperatury α_t (T)

Jeśli α_t jest współczynnikiem rozszerzalności cieplnej, to odkształcenie termiczne jest $\varepsilon_{th} = \alpha_t(T)\ (T - T_0)$.
Jeśli $T_0 = T_{ref}$, gdzie T_{ref} jest temperaturą odniesienia, w której występują odkształcenia zerowe, taki współczynnik jest stosowany prawidłowo. Jeśli ten warunek nie jest spełniony, należy dokonać korekty (komenda MPAMOD w Preprocessorze).

Naprężenia termiczne
Naprężenia termiczne są zwykle analizowane przy użyciu *metody sekwencyjnej*.
Metoda sekwencyjna obejmuje dwie lub więcej analiz, z których każda należy do innej dziedziny. Łączymy te dwa pola, stosując wyniki z pierwszej analizy jako obciążenia dla drugiej analizy. W przypadku analizy naprężeń termicznych temperatury węzłowe z analizy termicznej są stosowane jako obciążenia „objętościowe" w późniejszej analizie naprężeń



Rys.1. Przepływ danych w analizie sekwencyjnej



Rys.2. Przykład 1 – geometria modelu

Przykład 1 - naprężenia termiczne w ustalonym przepływie ciepła

W stalowej grubej rurze mamy temperaturę wewnętrzną **T_w=100°C** i temperaturę zewnętrzną **T_z=20°C**. Promień wewnętrzny to **a=30mm**, a zewnętrzny **b=40mm**. Pokaż rozkład temperatury, naprężenia von Misesa i składowe stanu naprężenia w cylindrycznym układzie współrzędnych.
E=2e11 Pa, **ν=0.3**, **α_t=1.2e-5** 1/K, **λ =50** W/mK. Rozważmy rurę związaną w kierunku osiowym na obu końcach.

Zadania do wykonania:

Zadanie 1. Rozwiąż problem modelem 3D. Porównaj wyniki z odpowiednim rozwiązaniem analitycznym.

Zadanie 2. Powtórz analizę z wykorzystaniem modelu osiowo-symetrycznego 2D. Porównaj otrzymane wyniki z wynikami odpowiadającymi modelowi 3D.

Zadanie 3. Powtórz analizę z wykorzystaniem modelu 2D płaskiego stanu odkształcenia. Porównaj otrzymane wyniki z wynikami odpowiadającymi modelowi 3D.

Zadanie 4. Powtórz obliczenia z wykorzystaniem modelu z innymi warunkami brzegowymi:
powierzchnia wewnętrzna: temp. otoczenia 100C, współczynnik wymiany 500 W/(m^{2}K)
powierzchnia zewnętrzna: temp. otoczenia 20C, współczynnik wymiany 10 W/(m^{2}K).

UWAGA na wybór jednostek: SI (N, m, s, W, kg) lub mod_SI (N, mm, s, mW, t)

Raport powinien zawierać:
Dla każdego przypadku należy zapisać wyniki: siatkę elementów, rozkład temperatury i rozkłady składowych naprężeń w postaci wykresów konturowych i wykresów wzdłuż ścieżki (grubości).

Rozwiązanie analityczne (płaski stan odkształcenia, stan bez odkształceń dla T=0°C):

– rozkład temperatury:

$$T(r) = T_w + \frac{T_z - T_w}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \ln\left(\frac{r}{a}\right)$$

– rozkład naprężenia promieniowego:

$$\sigma_r(r) = C\left[\ln\left(\frac{b}{r}\right) \Big/ \ln\left(\frac{b}{a}\right) - \left(\frac{b^2}{r^2} - 1\right) \Big/ \left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)\right]$$

– rozkład naprężenia obwodowego:

$$\sigma_t(r) = C\left[\left(\ln\left(\frac{b}{r}\right) - 1\right) \Big/ \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b^2}{r^2} + 1\right) \Big/ \left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)\right]$$

– rozkład naprężenia rozciągającego w kierunku osi rury

$$\sigma_z(r) = \nu(\sigma_r + \sigma_t) - \alpha E T$$

gdzie: $C = \dfrac{-E\alpha(T_w - T_z)}{2(1-\nu)}$

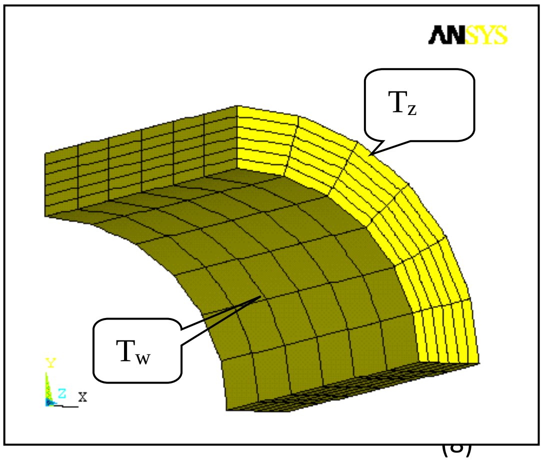
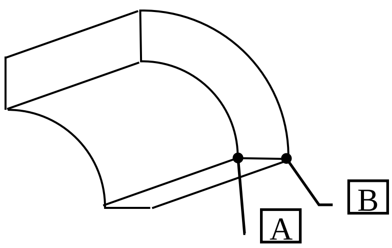
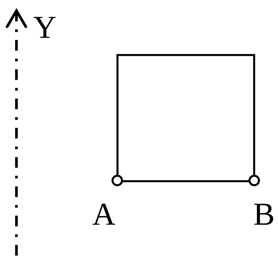


Tabela 1. Wyniki zadań

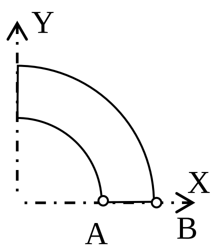
	Zad.1 3D model MES	**Zad.2** 2D model osiowo-symetryczny	**Zad.3** 2D model (PSO)	**Wartość teoretyczna**	**Zad.4** 3D model MES (inne war. brzeg.)
Liczba elem.				------------	
Liczba węzłów				------------	
promieniowe σ_r^A					
promieniowe σ_r^B					
obwodowe σ_t^A					
obwodowe σ_t^B					
osiowe σ_z^A					
osiowe σ_z^B					
$\sigma_{\text{von Mises}}^A$					
$\sigma_{\text{von Mises}}^B$					



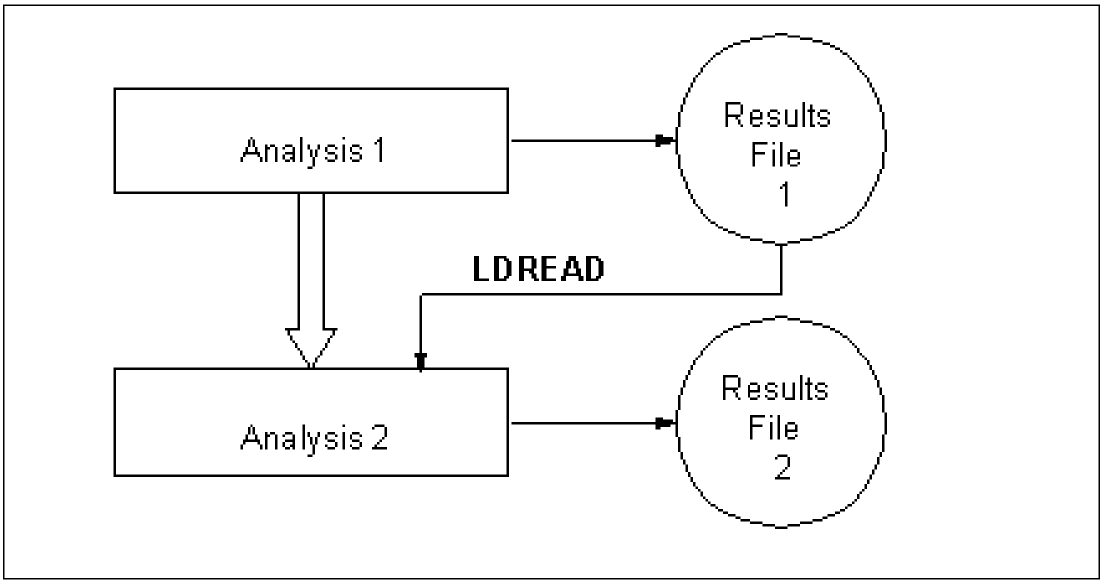
Zad.1



Zad.2



Zad.3



Rys.1. Przepływ danych w analizie sekwencyjnej

Zamiana typu elementu:

Elementy termiczne (analiza 1) → Elementy strukturalne (analiza 2)

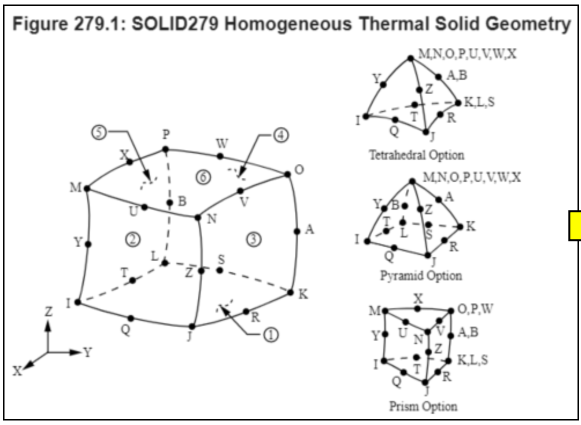


Figure 279.1: SOLID279 Homogeneous Thermal Solid Geometry

Degrees of Freedom TEMP

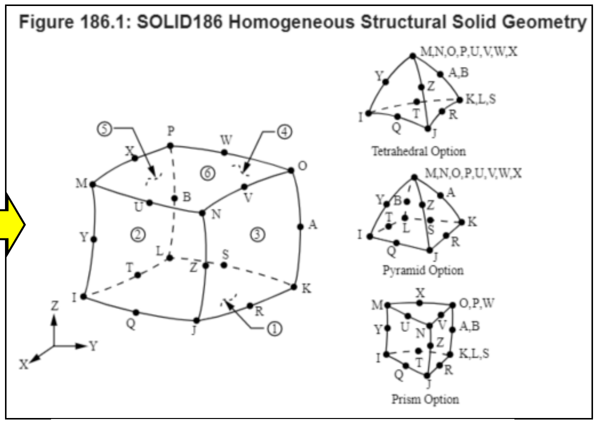


Figure 186.1: SOLID186 Homogeneous Structural Solid Geometry

Degrees of Freedom UX, UY, UZ

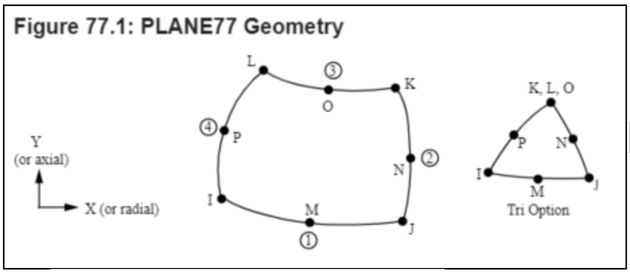


Figure 77.1: PLANE77 Geometry

Degrees of Freedom TEMP

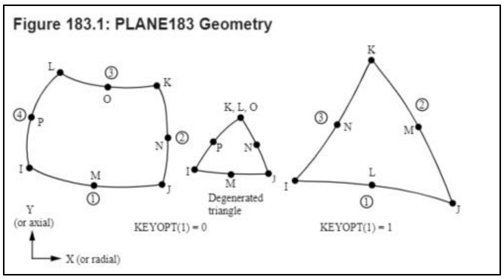


Figure 183.1: PLANE183 Geometry

Degrees of Freedom UX, UY