

INSTRUKCJA 8

Model turbulencji $k-\omega$ SST

Wstęp

Celem dzisiejszego laboratorium jest samodzielna implementacja z użyciem gotowych funkcji UDF oraz sprawdzenie działania modelu turbulencji $k-\omega$ SST. Zajmiemy się symulacją prostopadłego uderzenia strugi płynu w płaską powierzchnię przy liczbie Reynoldsa $Re = 23000$, czyli tym samym przypadkiem co na ostatnim laboratorium. Wyniki naszych symulacji porównamy z wynikami eksperymentalnymi ("Impinging jet studies for turbulence model assessment", Cooper *et. al.*, Int. J. Heat Mass Transfer, 1992)¹

1 Model turbulencji $k-\omega$ SST

Model $k-\omega$ SST jest modelem, który łączy zalety modelu $k-\epsilon$ i modelu $k-\omega$ oraz wprowadza dodatkowy człon ograniczający nadprodukcję energii kinetycznej turbulencji w obszarach silnych dodatnich gradientów ciśnienia (punkty spiętrzenia, obszary oderwania warstwy przyściennej). Naukowcy, badając modele $k-\epsilon$ i $k-\omega$, zaobserwowali, że pierwszy z nich dobrze modeluje turbulencję w przepływie swobodnym i warstwach ścinanych oraz charakteryzuje się małą czułością na warunki wlotowe dla wielkości opisujących turbulencję. Jest to pożądana cecha ze względu na fakt, że często w praktycznych obliczeniach wielkości te nie są dokładnie znane. Model $k-\omega$ za to znacznie lepiej modeluje przepływ turbulentny w warstwie przyściennej, natomiast jest bardzo czuły na wartości wielkości turbulentnych w przepływie swobodnym. Uznano zatem, że można połączyć pożądane cechy obu modeli przez połączenie ich w jeden model. Dokonuje się tego w następujący sposób. Standardowy model $k-\epsilon$ można przetransformować do równań na k i ω . Pamiętajmy, że ω to właściwa (jednostkowa) dyssypacja energii kinetycznej turbulencji, tzn. $\omega = \epsilon/k$. Następnie mnożymy równania tego modelu przez funkcję, która będzie miała wartość 1 w przepływie swobodnym i zero przy brzegu (de facto mnoży się je przez różnicę $1 - F_1$, gdzie F_1 ma 1 na brzegu i 0 wewnątrz przepływu), a równania standardowego modelu $k-\omega$ mnożymy przez funkcję F_1 . Do tego opracowano limiter limitujący wartości naprężeń głównych przepływu, który dołączono do równań. Stąd w nazwie SST (shear stress transport). Równania modelu są następujące:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left((\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right) \\ \frac{\partial u_k}{\partial x_k} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_j)}{\partial x_j} &= \hat{G}_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \\ \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_j)}{\partial x_j} &= \frac{\gamma}{\nu} \hat{G}_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + 2\rho(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned}$$

¹dane eksperymentalne zostały ściągnięte z bazy ERCOFTAC-u <http://cfd.mace.manchester.ac.uk/ercoftac/> - można tam znaleźć również inne eksperymenty służące jako benchmarki dla symulacji

Człon \hat{G}_k jest zdefiniowany jako

$$\hat{G}_k = \min(\mu_t S^2, 10\rho\beta^* k\omega)$$

Nazwijmy przez ϕ_1 dowolną stałą oryginalnego modelu (np. σ_{k1}) oraz przez ϕ_2 dowolną stałą przetransformowanego modelu $k - \epsilon$. Wówczas każda stała w końcowym modelu ϕ wyraża się przez

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2$$

W modelu występują następujące dwa zestawy danych:

$$\sigma_{k1} = 0.85 \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5 \quad \beta_1 = 0.075 \quad \beta^* = 0.09 \quad \kappa = 0.41 \quad \gamma_1 = \beta_1/\beta^* - \sigma_{\omega 1}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$$

$$\sigma_{k2} = 1.0 \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856 \quad \beta_2 = 0.0828 \quad \beta^* = 0.09 \quad \kappa = 0.41 \quad \gamma_2 = \beta_2/\beta^* - \sigma_{\omega 2}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$$

Funkcja F_1 wyrażona jest w następujący sposób:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad \arg_1 = \min(\max(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{\omega y^2}), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2})$$

$$CD_{k\omega} = \max(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20})$$

Lepkość turbulentna jest liczona ze wzoru

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1\omega, SF_2)}$$

gdzie

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \quad \arg_2 = \max(2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega})$$

W powyższym:

$$\mu_t = \rho\nu_t \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

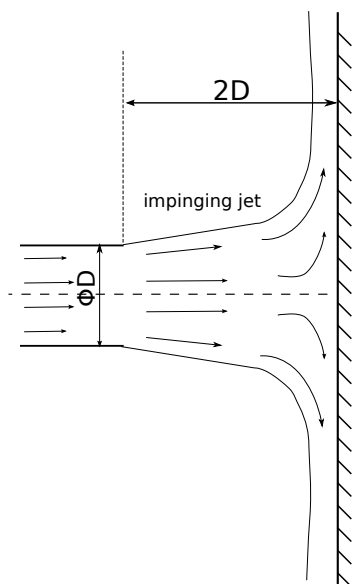
Równania trzeba uzupełnić o odpowiednie warunki brzegowe. Na wlocie do obszaru zadaje się określone wartości wielkości turbulentnych (warunek Dirichleta dla k i ω). Przydatne do tego są związki:

$$k = \frac{3}{2}(u_0 t_i)^2 \quad \epsilon = \frac{k^{3/2}}{l_0} \quad l_0 = 0.1D \quad \omega = \frac{\epsilon}{k}$$

Na wlocie zwykle zadaje się zerowy gradient wielkości turbulentnych, natomiast na ścianie materialnej $k = 0$ (fluktuacje turbulentne znikają, więc i energia kinetyczna turbulencji musi znikać), zaś

$$\omega = 10 \frac{6\nu}{\beta_1 y^2}$$

gdzie y stanowi odległość od brzegu



Rysunek 1: Struga uderzająca o ścianę.

2 Geometria i warunki brzegowe

Będziemy symulować uderzenie strugi (*ang.* "jet") w prostopadłą płytkę. Rozwinięty przepływ turbulentny wylatuje z rury do swobodnej przestrzeni (wypełnionej tą samą substancją) i uderza o ściankę. Przepływ jest osiowosymetryczny. Geometrię ilustruje Rys. 1:

W symulacjach będziemy używać siatki strukturalnej dostępnej w pliku *jet_mesh.msh*. Ze względu na osiową symetrię problemu, siatka obliczeniowa stanowi połowę obszaru zaznaczonego na Rys. 1. Zawiera ona dołot z rury długości 1 średnicy oraz jest wysoki na 6 średnic. Średnica rury, z której wylatuje struga to $\phi = 20\text{mm}$. Siatka została wygenerowana tak, by szacunkowe wartości y^+ na ściankach materialnych były bliskie 1. Wszystkie brzegi siatki zostały przedstawione na Rys. 2. Odpowiednie warunki brzegowe dla każdego z obszarów zostały opisane w Tabeli 1. Szczegółowe wyjaśnienia implementacji UDF dla warunków brzegowych będą omówione w dalszej części instrukcji.

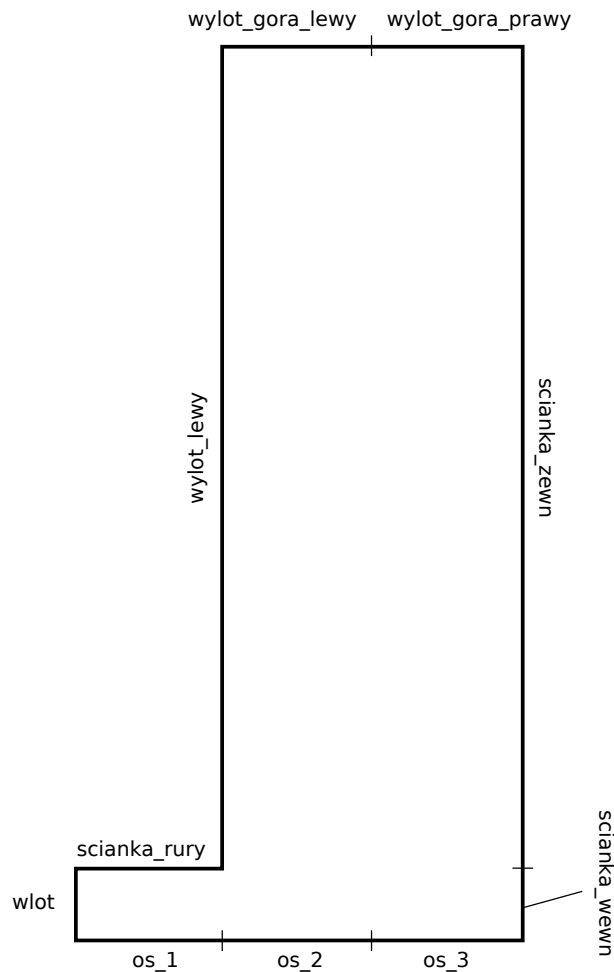
Zdefiniowanie modelu w programie Fluent

1. Otwórz program Fluent.
2. Wybierz *File* → *Read* → *Mesh*.
3. Sprawdź siatkę: *Mesh* → *Check*. Gdyby sprawdzenie zawiodło, wpisz do konsoli zasugerowane polecenie do naprawy siatki.
4. W zakładce *General* zmień typ analizy na *Axissymmetric*.
5. Wejdź do menu *Define* → *Profiles* → *Read* → *jet_profiles.prof* → *Close*.

Tablica 1: Opis warunków brzegowych

Nr	Nazwa	Warunek brzegowy	Dodatkowe uwagi
1	wlot	velocity_inlet	wczytać profil wlotowy z pliku <i>jet_profiles.prof</i>
2	os_1	axis	-
3	os_2	axis	-
4	os_3	axis	-
5	scianka_wewn	wall	
6	scianka_zewn	wall	$k = 0$, ω wyznaczone za pomocą UDF
7	scianka_rury	wall	
8	wylot_gora_prawy	pressure_outlet	
9	wylot_gora_lewy	pressure_outlet	zerowy strumień dla k i ω
10	wylot_lewy	pressure_outlet	

- Wejść do menu *Define* → *User-Defined* → *Functions* → *Interpreted* → *SST_source.c* → *OK* → *Interpret* → *Close*.
- Wejść do menu *Define* → *User-Defined* → *Scalars*. Zmień liczbę dodatkowych skalarów na 2. Wyłącz opcję *Inlet Diffusion*, sprawdź, czy dla obu indeksów *Flux Function* jest wybrana jako *mass flow rate*. Zatwierdź *OK*.
- Wejść do menu *Define* → *User-Defined* → *Memory*. Ustaw liczbę dodatkowych zmiennych dla każdej komórki na 4. Zatwierdź wybór.
- Przejdź do zakładki *Models*. Upewnij się, że masz wybrany model *Laminar*. My bowiem sami będziemy modyfikować lepkość płynu tak, aby odzwierciedlała sumę lepkości molekularnej i turbulentnej.
- Przejdź do zakładki *Materials*. Wybierz *air* → *Create/Edit* i w polu *Viscosity* wybierz *user-defined* → *turbulent_viscosity* → *OK*. W tym samym oknie musimy wybrać dyfuzyjności dla energii kinetycznej turbulencji oraz dla jednostkowej dyssypacji energii. W polu *UDS Diffusivity* wybierz *defined-per-uds* i wyedytuj je tak, aby dla *uds-0* przypisać *k_diffusivity*, zaś dla *uds-1* przypisać *omega_diffusivity*. Na koniec zaakceptuj przez kliknięcie *Change/Create*.
- Następnie przejdź do *Cell Zone Conditions* → *Edit*, zaznacz opcję *Source Terms* i przejdź do zakładki o tej samej nazwie. Dla *User Scalar 0* wybierz *udf k_production*, a dla *User Scalar 1* wybierz *udf omega_production*. Zakończ *OK*.
- Przejdź do zakładki *Boundary Conditions*. Upewnij się (lub ewentualnie zmień), że trzy fragmenty osi mają warunek brzegowy typu *axis*, zaś wszystkie wyloty warunek *pressure-outlet*. Dla powierzchni wlotowej wybierz warunek typu *velocity-inlet*.
- Kliknij *Edit* dla warunku wlotowego. Przełącz *Velocity Specification Method* na *Components* i wybierz dla *Axial Velocity* z menu profil *wylot axial-velocity* i podobnie uczyn dla prędkości promieniowej. Następnie przełącz się do zakładki *UDS*, przełącz dla obu wielkości typ warunku na warunek Dirichleta *Specified Value* i ich wartości poniżej odpowiednio *wylot turb-kinetic-energy* oraz *wylot specific-diss-rate*. Kliknij *OK*.



Rysunek 2: Nazwy krawędzi siatki obliczeniowej.

14. Rozpocznij edycję jednego z warunków wylotowych. Upewnij się, że ciśnienie na wylocie ustawione jest na wartość 0 oraz, że dla *UDS*-ów wybrano jednorodny warunek Neumanna (tzn. opcję *Specified Flux* ze stałą zerową wartością na brzegu). Skopiuj dane z tego warunku brzegowego na pozostałe warunki brzegowe z pomocą poniżej umieszczonego przycisku *Copy...*
15. Wybierz jeden z warunków brzegowych typu *wall* i wyedytuj ustawienia *UDS*-ów tak, aby ustawić zerowy warunek na wartość *uds-0*, a wartość brzegowa *uds-1* była w każdej iteracji wyliczana przez *udf omega.bc*. Zatwierdź swój wybór i również ten warunek skopiuj na pozostałe ścianki materialne.
16. Przejdź do zakładki *Solution Methods*. Dla równań pędu wybierz schemat pierwszego rzędu typu *upwind*, dla obu *UDS*-ów schemat drugiego rzędu *upwind*.
17. W zakładce *Solution Controls* zmień współczynniki podrelaksacji dla ciśnienia na 0.2, a dla

UDS-ów na 0.1.

18. W zakładce *Monitors* zmień wymagania w stosunku do wszystkich residuali na $1e - 4$.
19. Przejdź do zakładki *Solution Initialization* i zmień sposób inicjalizacji na *Standard Initialization*. Ustaw wartość ciśnienia na 0, wartość osiowej składowej prędkości na 5 m/s, składowej promieniowej na 0 m/s, energii kinetycznej turbulencji na 1, a jednostkowej dyssypacji na 500. Naciśnij *Initialize*.
20. Przejdź do zakładki *Run Calculation*, zmień liczbę iteracji na 2200, kliknij *Calculate* i idź zaparzyć sobie kawę.

Analiza wyników

1. Obejrzyj dokładnie pole prędkości (jej modułu oraz obu składowych), jak również energii kinetycznej turbulencji. Czy widzisz jakąś istotną różnicę w mapie energii turbulencji względem modelu $k - \epsilon$?
2. Przejdź do zakładki *Plots*, wczytaj wszystkie pliki z wynikami eksperymentalnymi oraz dokonaj porównania profili prędkości oraz energii kinetycznej turbulencji w płaszczyznach $y = 0.01$, $y = 0.02$, $y = 0.03$, $y = 0.04$, $y = 0.05$, $y = 0.06$, co stanowi porównanie na liniach $y = 0.5D$, $1D$, ..., $3D$.