

# TRÓJWYMIAROWE ZADANIE TEORII SPRĘŻYSTOŚCI. NAPRĘŻENIA W GRUBOŚCIENNYM ZBIORNIKU CIŚNIENIOWYM.

## 1. Wprowadzenie

Zadanie trójwymiarowe teorii sprężystości dotyczy sprężystego ciała przestrzennego, na którego brzegu zadane są warunki przemieszczeniowe lub siły, a wewnątrz obszaru panuje określony stan sił objętościowych. Tylko w prostych przypadkach znamy rozwiązanie analityczne. Na ogół metody numeryczne są jedyną drogą rozwiązania takich zadań.

Rozwiązanie numeryczne MES zadania trójwymiarowego wymaga dyskretyzacji bryły przestrzennej siatką elementów trójwymiarowych.

## 2. Rozwiązywane zagadnienie

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie stanu naprężenia w elemencie instalacji ciśnieniowej z króćcami. Obciążenie wewnętrzne stanowi nadciśnienie o wartości  $p$ . Element mocowany jest za pomocą dwóch połączeń kołnierzowych, a pozostałe dwa króćce mają swobodę przemieszczeń.

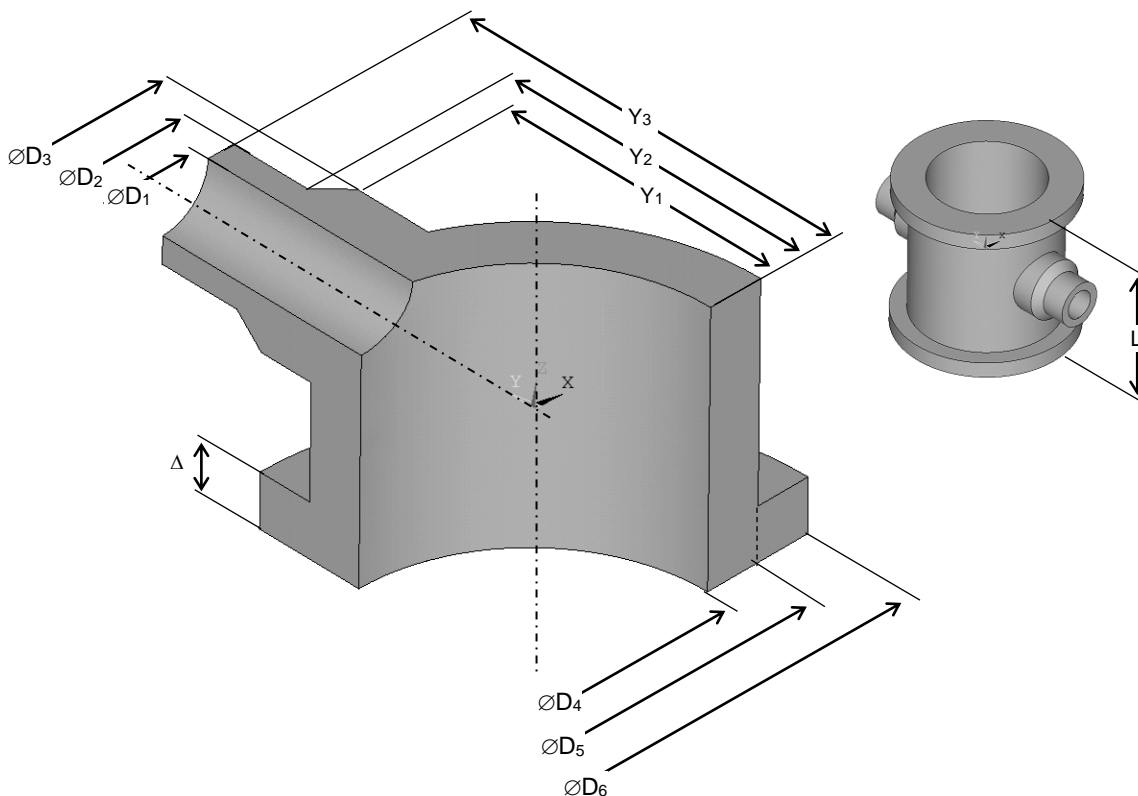
Dane:

$\varnothing D_1 = 360\text{mm}$ ,  $\varnothing D_2 = 560\text{mm}$ ,  $\varnothing D_3 = 760\text{mm}$ ,  $\varnothing D_4 = 1400\text{mm}$ ,  $\varnothing D_5 = 1800\text{mm}$ ,  $\varnothing D_6 = 2200\text{mm}$ ,

$L = 2000\text{mm}$ ,  $\Delta = 200\text{mm}$ ,  $Y_1 = 1100\text{mm}$ ,  $Y_2 = 1200\text{mm}$ ,  $Y_3 = 1500\text{mm}$ ,

$p = 50\text{MPa}$ ,  $E = 2 \cdot 10^5\text{MPa}$ ,  $\nu = 0,3$

Oznaczenia danych geometrycznych przedstawione zostały na rysunku 1.



Rys.1. Wymiary geometryczne elementu

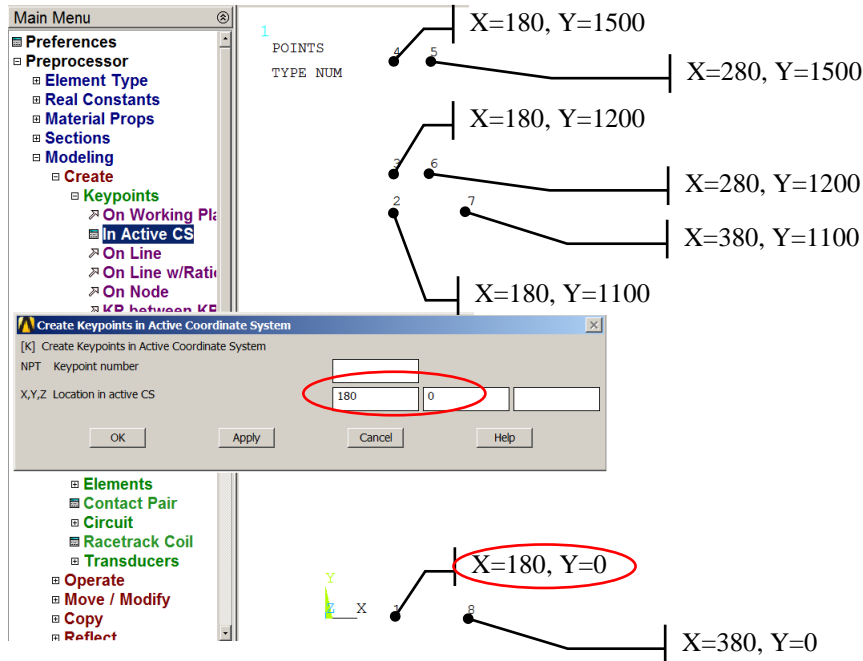
### 3. Typowy przebieg analizy numerycznej

Biorąc pod uwagę potrójną symetrię zadania do obliczeń można przyjąć jedynie 1/8 analizowanego elementu. Wygodnymi jednostkami są: *mm*, *N*, *MPa*.

#### 3.1. Preprocessor

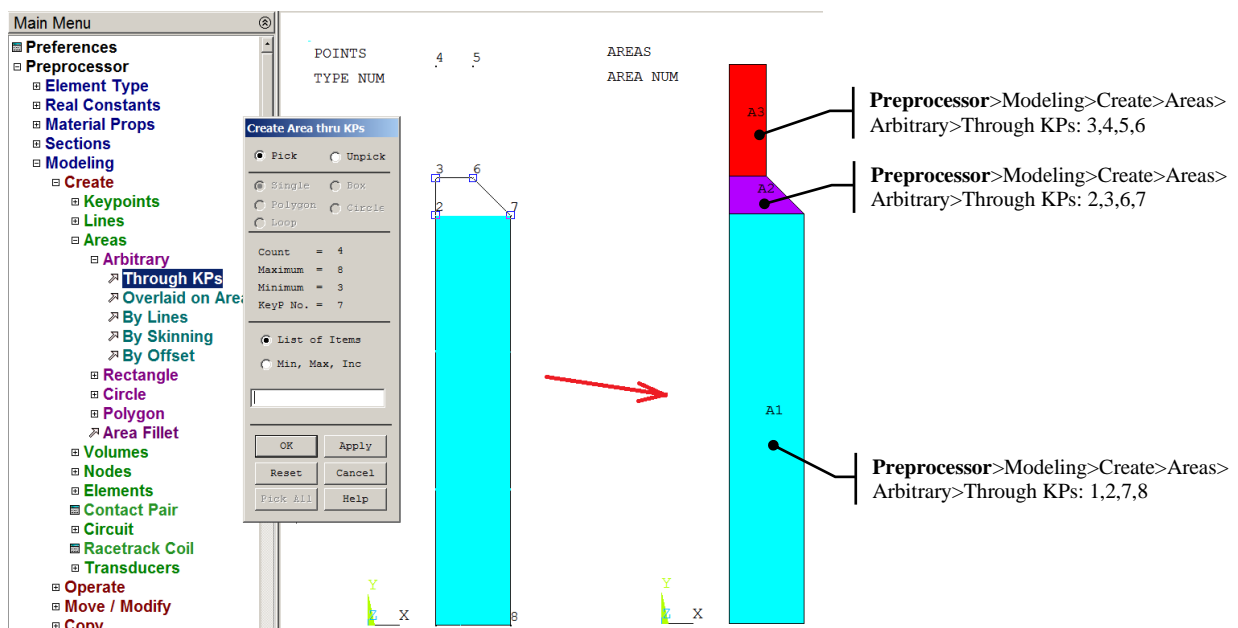
Sposób budowy modelu geometrycznego (*solid model*):

A. Utworzenie punktów geometrii w układzie globalnym w celu wytrasowania przekroju poprzecznego (rys.2): **Preprocessor**> **Modeling**> **Create**> **Keypoint**> **In Active CS**.



Rys.2. Utworzenie punktów geometrii

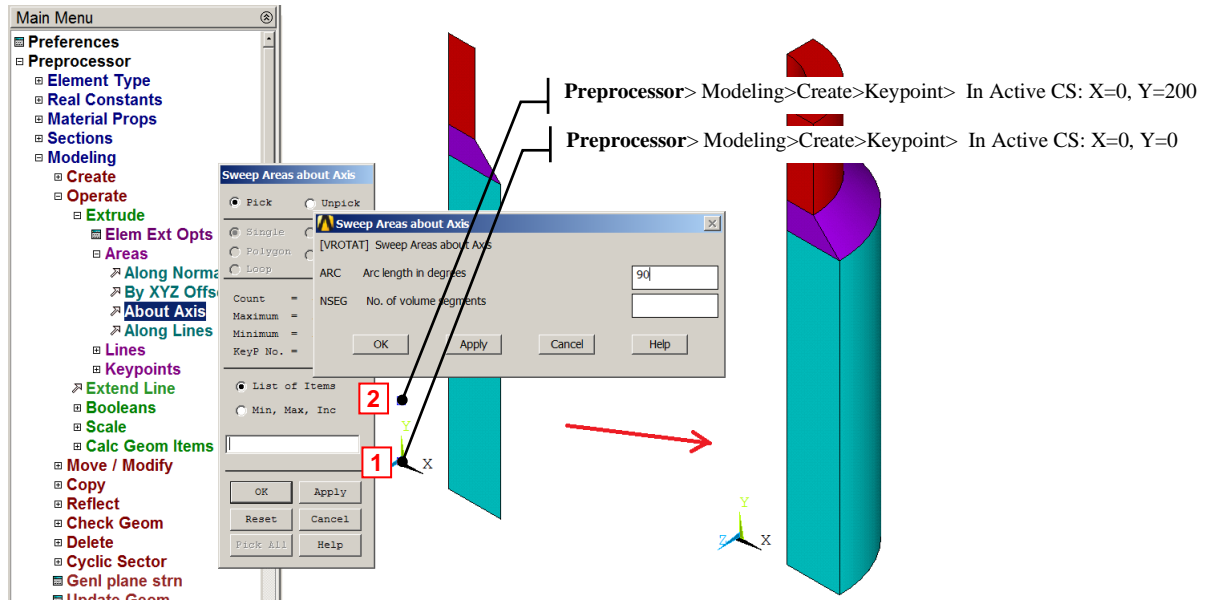
B. Utworzenie pól przez wskazanie punktów geometrii (rys.3): **Preprocessor**> **Modeling**> **Create**> **Areas**> **Arbitrary**> **Through KPs**.



Rys.3. Utworzenie pól przez wskazanie punktów geometrii

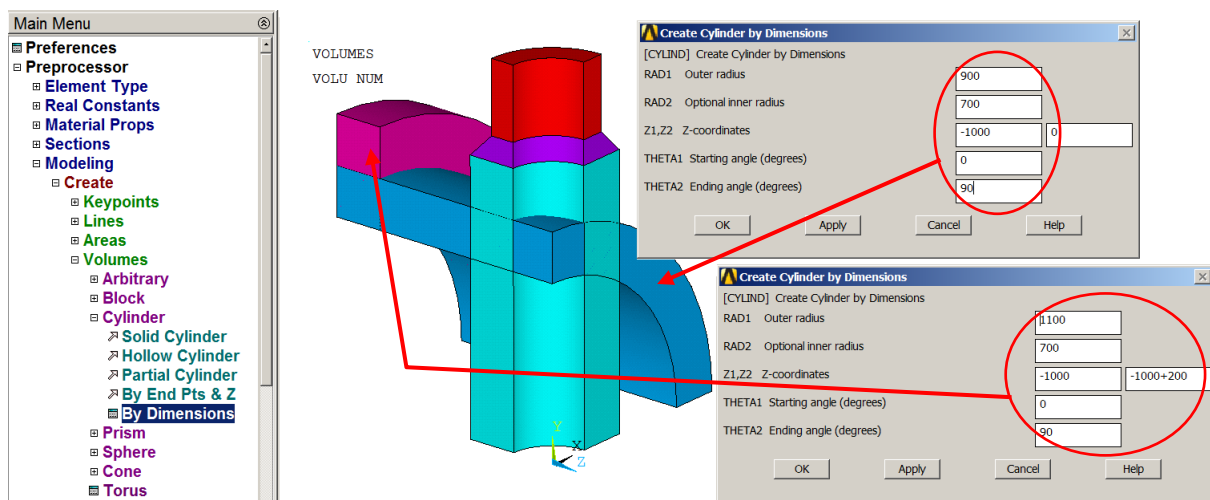
C. Utworzenie punktów geometrii do wskazania osi obrotu (rys.4):  
**Preprocessor**> **Modeling**> **Create**> **Keypoint**> **In Active CS**.

D. Utworzenie brył przez obrót pól wokół osi:  
**Preprocessor**> **Modeling**> **Operate**> **Extrude**> **Areas**> **About Axis**



Rys.4. Utworzenie brył przez obrót pól wokół osi

E. Utworzenie wycinków walcowych:  
**Preprocessor**> **Modeling**> **Create**> **Volumes**> **Cylinder**> **By Dimensions**

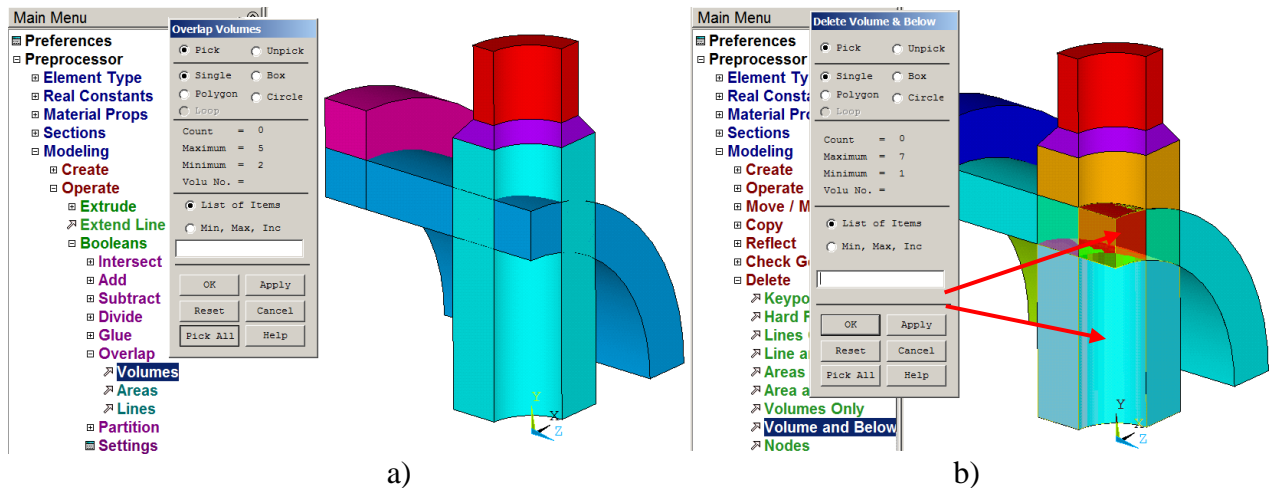


Rys.5. Utworzenie dwóch wycinków walcowych

F. Nakładanie Brył (rys.6a):  
**Preprocessor**> **Modeling**> **Operate**> **Booleans**> **Overlap**> **Volumes: All**

G. Usunięcie zbędnych brył (rys.6b):

**Preprocessor**>**Modeling**>**Delete**> **Volumes and Below**

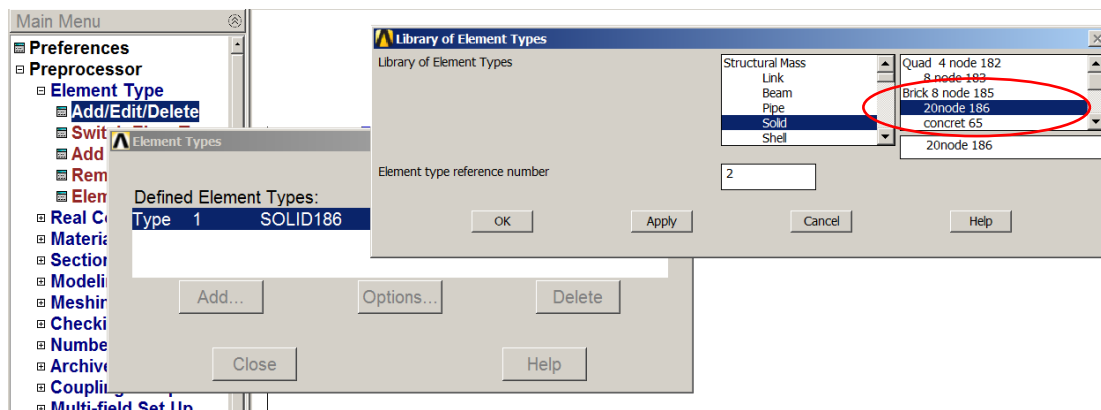


Rys.6. Operacje na bryłach: a) nakładanie brył, b) usunięcie zbędnych brył

H. Wybór typu elementu skończonego (rys.7):

**Preprocessor**>**Element Type**>**Add**> (20-węzłowy SOLID186 lub 8-węzłowy SOLID185)

**UWAGA:** dla elementu Solid 185 wybrać opcję całkowania „Enhanced strain”

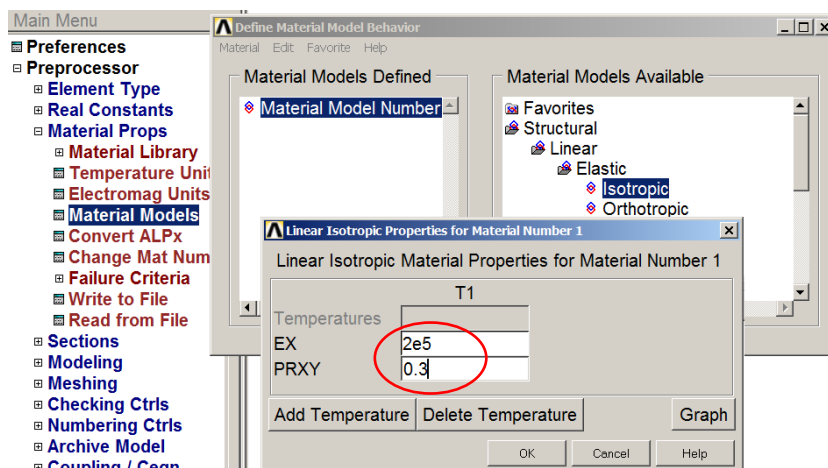


Rys.7. Wybór typu elementu skończonego

I. Wprowadzenie danych materiałowych (rys.8):

**Preprocessor**>**Material Props**>**Material Models: Structural/Linear/Elastic/Isotropic:**

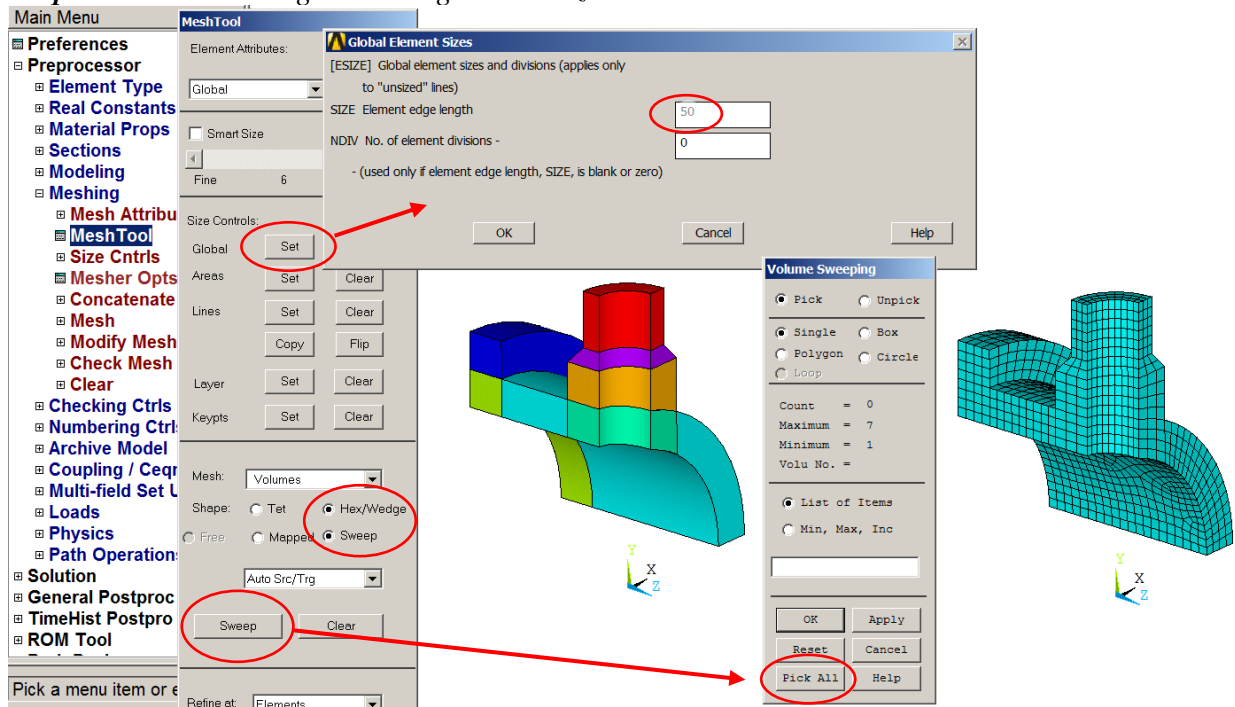
EX=2e5MPa, PRXY=0.3



Rys.8. Wprowadzenie danych materiałowych

J. Zadanie domyślnego rozmiaru elementów (rys.9):

*Preprocessor*>*Meshing*> *Meshing Tool*> *Size Controls*>*Global*



Rys.9. Zadanie domyślnego rozmiaru elementów

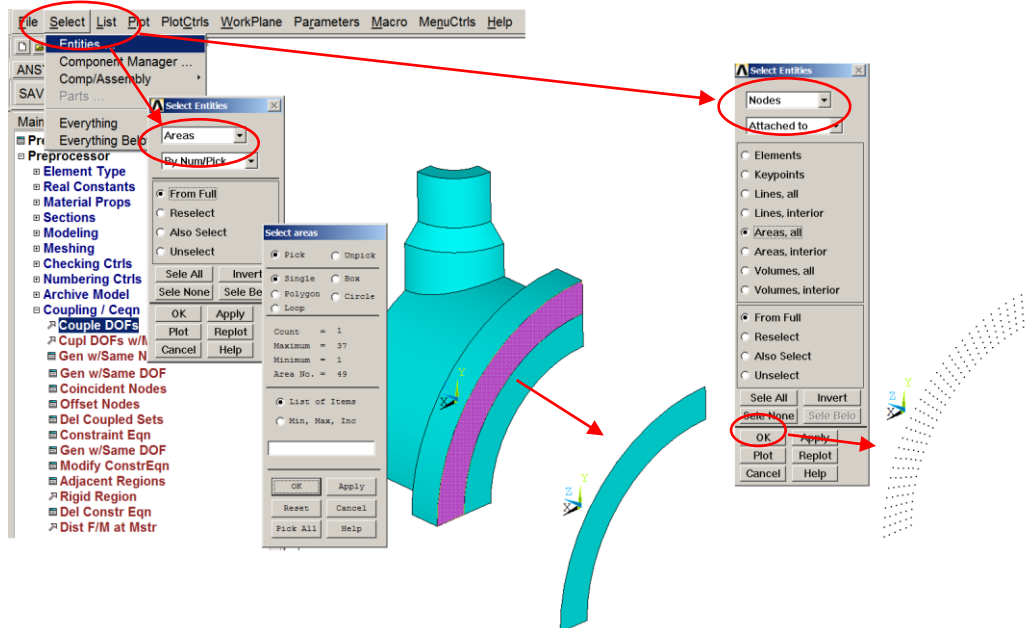
K. Generacja siatki (rys.9):

*Preprocessor*>*Meshing*> *Meshing Tool*> *Mesh*>*Volumes/Hex/Sweep*

L. Zapewnienie braku deplanacji na powierzchni kołnierza

Aby zasymulować warunek braku deplanacji na powierzchni kołnierza należy związać odpowiednie stopnie swobody węzłów tej powierzchni. Można tego dokonać w kolejnych etapach:

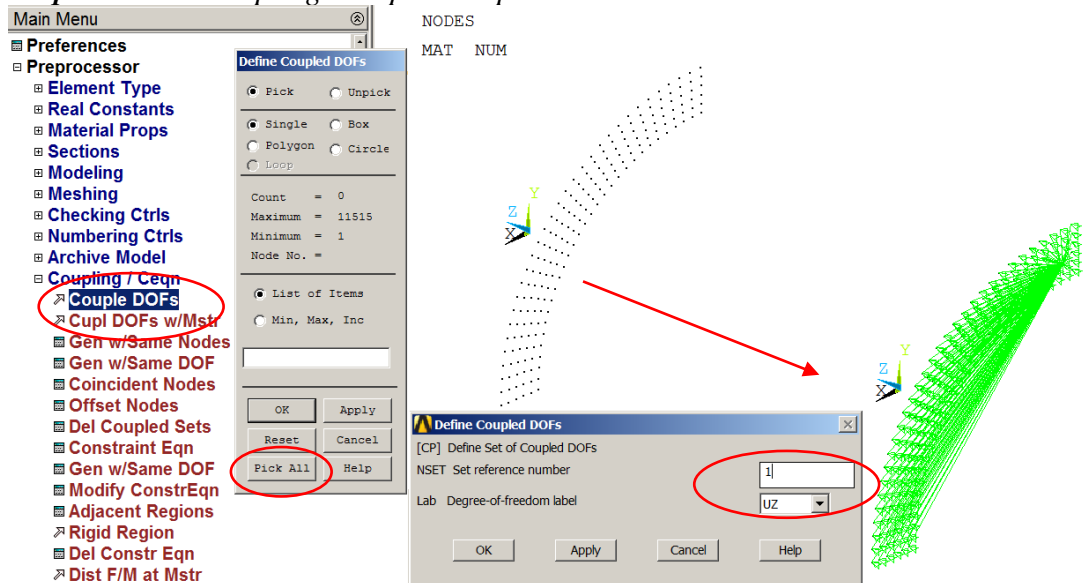
- Wybranie węzłów leżących na powierzchni dociskowej kołnierza (rys.10)



Rys.10. Wybranie węzłów leżących na powierzchni dociskowej kołnierza

- Związanie stopni swobody (UZ) w węzłach powierzchni dociskowej kołnierza (rys.11):

**Preprocessor**>**Coupling / Ceqn**> **Couple DOFs**



Rys.11. Związanie stopni swobody w węzłach powierzchni dociskowej kołnierza

- Ponowne wybranie wszystkich składników modelu: **Utility Menu**> **Select**>**Everything**

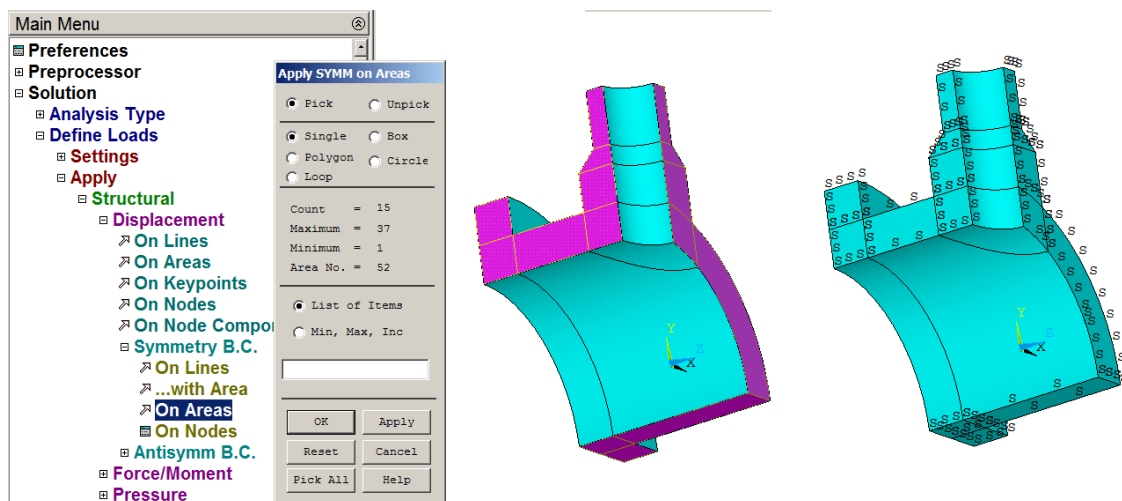
**UWAGA:** Operacje wiązania stopni swobody trzeba zrobić każdorazowo dla każdej nowej siatki!

### 3.2. Solution

Wprowadź warunki brzegowe:

A. Zadanie warunków symetrii na powierzchniach (rys.12):

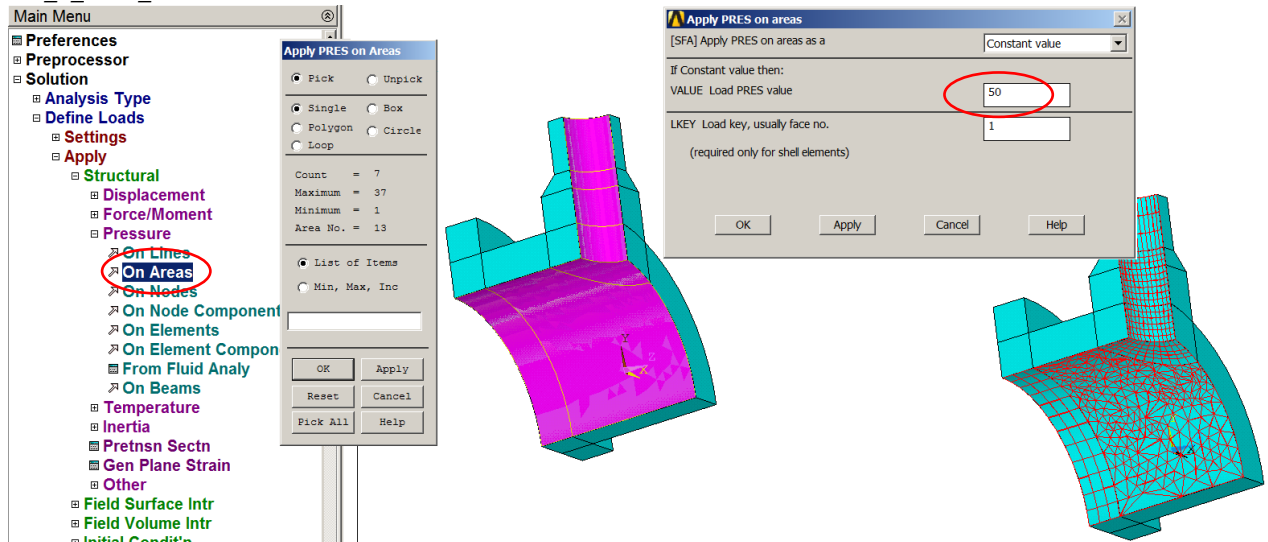
**Solution**>**Define Loads**> **Apply**>**Structural**>**Displacement**> **Symmetry BC**>**On Areas**



Rys.12. Zadanie warunków symetrii na powierzchniach

B. Zadanie ciśnienia na powierzchni wewnętrznej (rys.13):

**Solution**>**Define Loads**> **Apply**>**Structural**>**Pressure**>**On Areas**



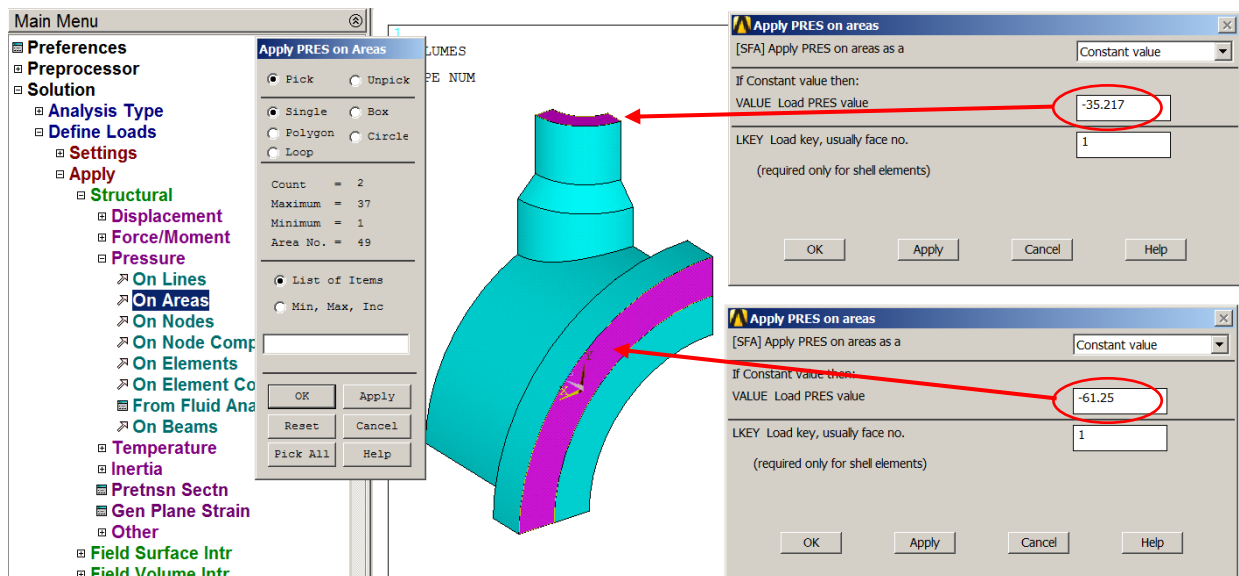
Rys.13. Sposób zadania ciśnienia na wewnętrznej powierzchni

C. Zadanie ujemnego ciśnienia na króćcu i kołnierzu (rys.14):

**Solution**>**Define Loads**>**Apply**>**Structural**>**Pressure**>**On Areas**

- Ciśnienie na powierzchni króćca:  $-50 \times 180^2 / (280^2 - 180^2) = -35,217 \text{ MPa}$

- Ciśnienie na powierzchni kołnierza:  $-50 \times 700^2 / (1100^2 - 900^2) = -61,25 \text{ MPa}$



Rys.14. Zadanie ciśnienia na króćcu i kołnierzu

Uruchomienie procesu obliczeń

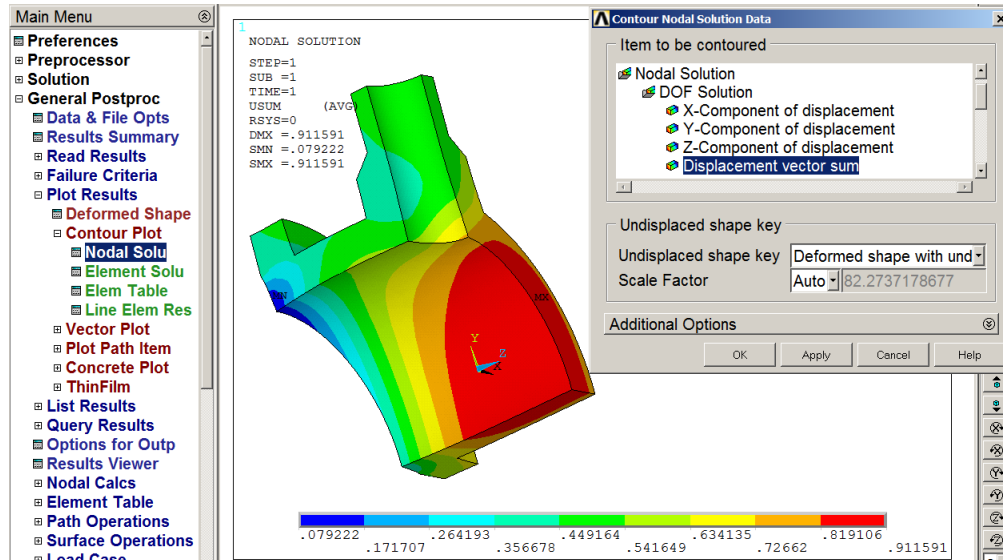
**Solution**>**Solve**>**Current Ls**

Po zakończeniu obliczeń warto zapisać bazę danych pod unikalną nazwą, np.: *Model\_1.db* . Tak zapisana baza danych będzie zawierała w sobie wyniki obliczeń.

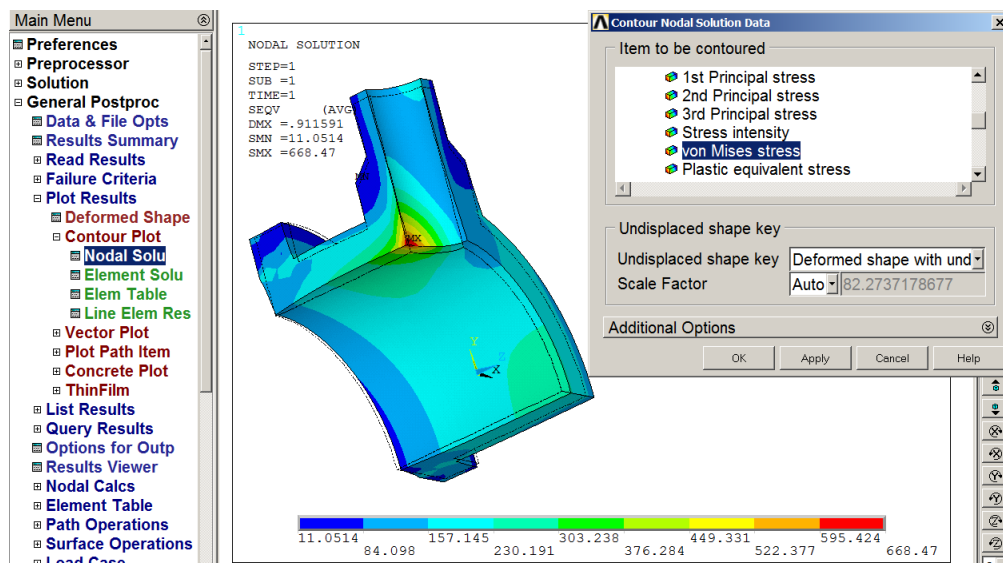
### 3.3. General postprocessor

#### Prezentacja wyników w postaci map warstwicznych

A. Przedstawienie mapy przemieszczeń wypadkowych (USUM–rys.15) i naprężeń zredukowanych (SEQV–rys.16)



Rys.15. Przedstawienie przemieszczeń wypadkowych w modelu

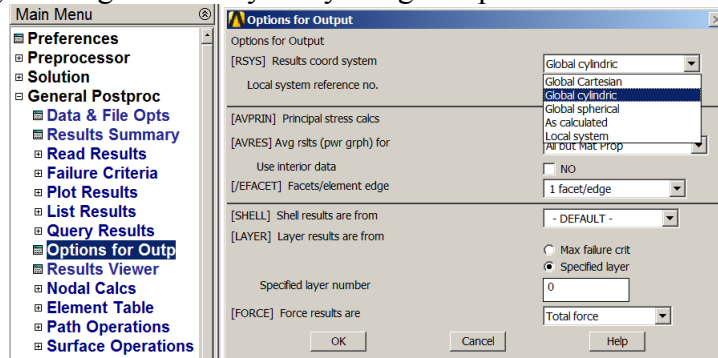


Rys.16. Przedstawienie naprężeń zredukowanych w modelu



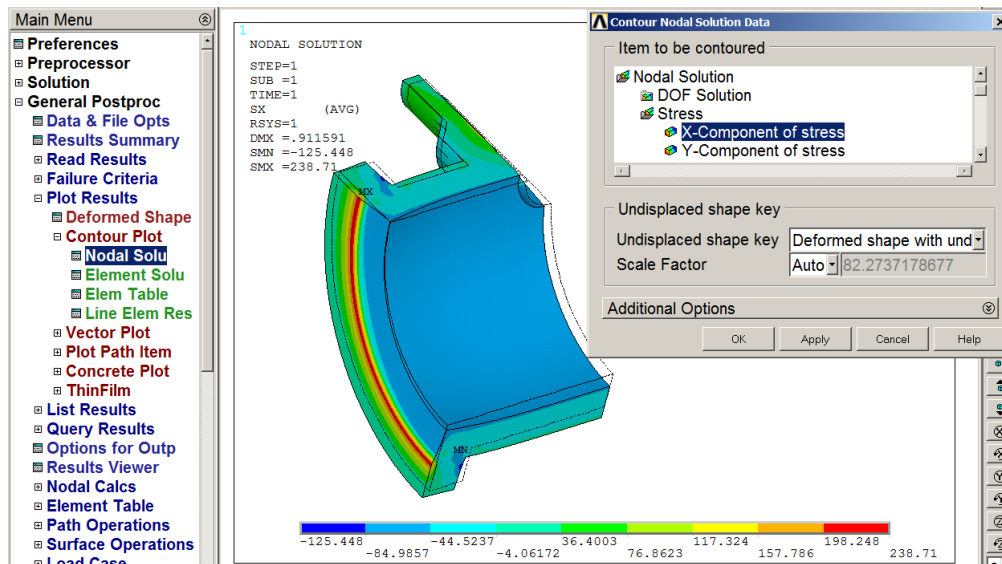
B. Przedstawienie składowych stanu naprężenia (SX, SY, SZ) w układzie walcowym związanym z częścią walcową.

- Wskazanie globalnego układu cylindrycznego do przedstawiania w nim naprężeń (rys.17.)



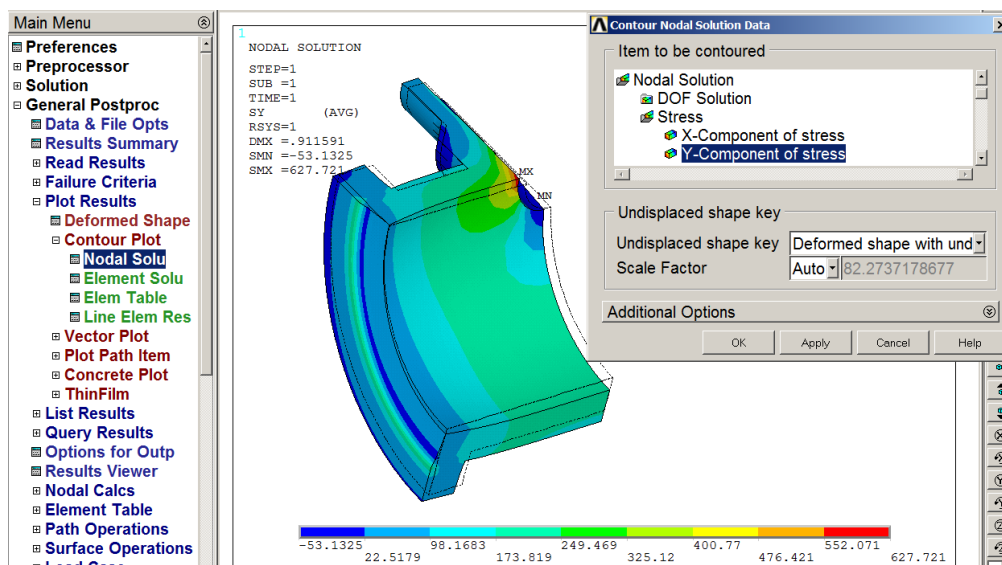
Rys.17. Wskazanie globalnego układu cylindrycznego

- Rysowanie naprężeń promieniowych w globalnym układzie walcowym (rys.18)



Rys.18. Wskazanie naprężeń promieniowych w układzie walcowym

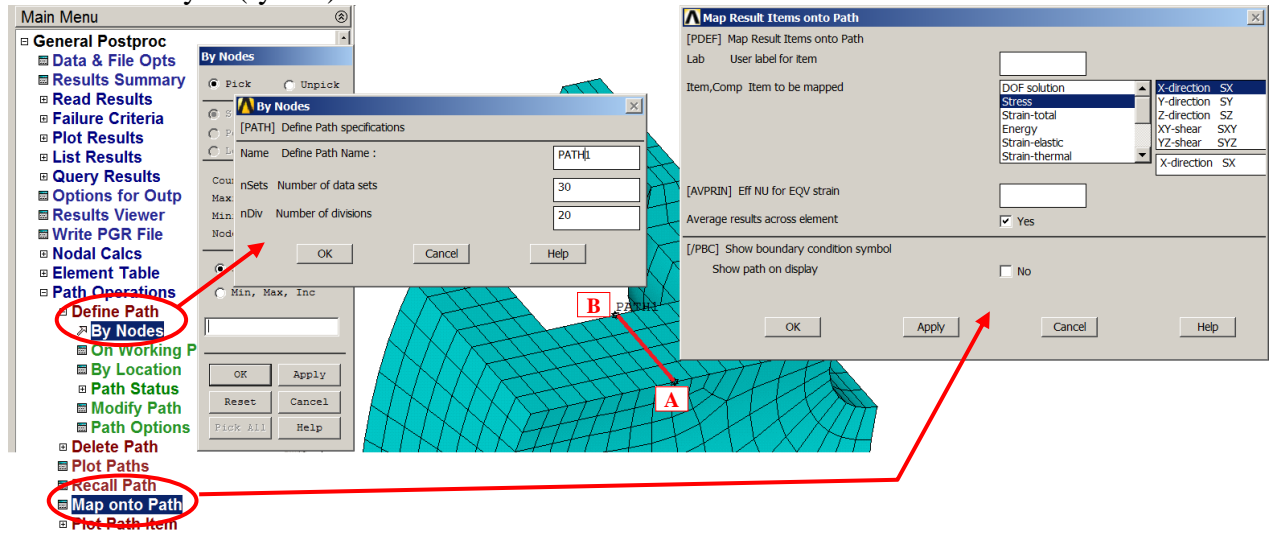
- Rysowanie naprężeń obwodowych w globalnym układzie walcowym (rys.19)



Rys.19. Wskazanie naprężeń obwodowych w układzie walcowym

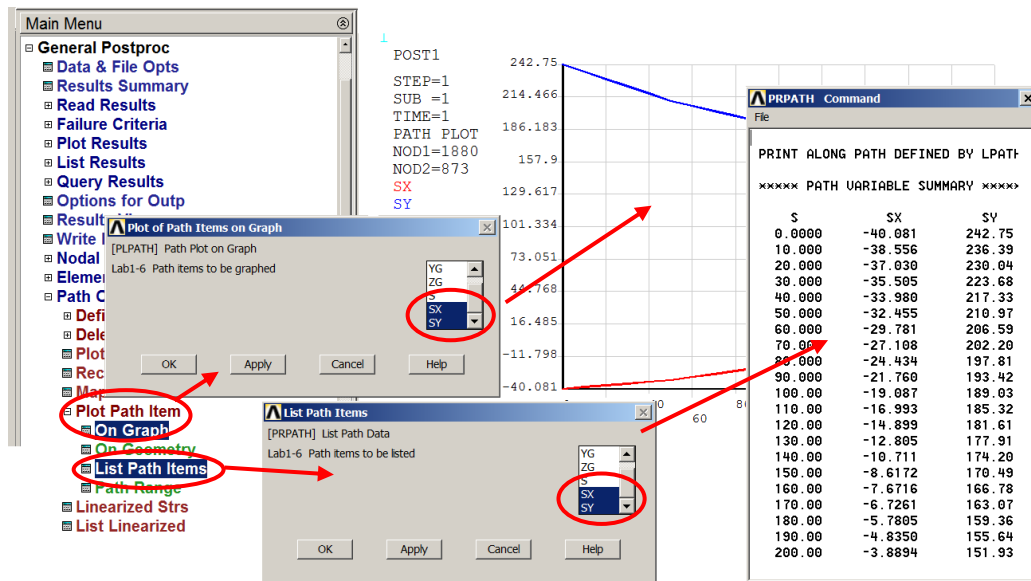
Prezentacja wyników w postaci wykresów wzdłuż ścieżek

A. Wskazanie ścieżki AB wzdłuż grubości ścianki i zapisanie na niej naprężeń promieniowych i obwodowych (rys.20)



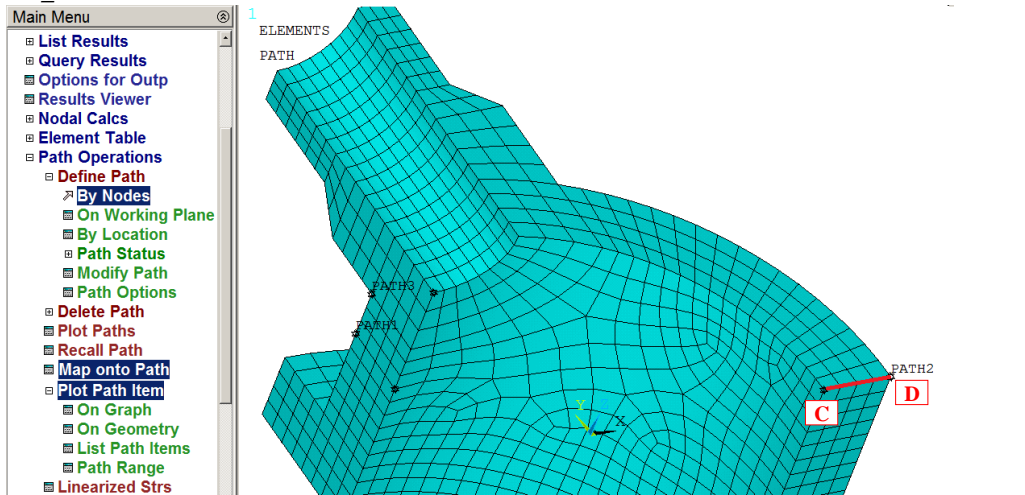
Rys.20. Wskazanie ścieżki AB

B. Przedstawienie wyników naprężeń promieniowych i obwodowych wzdłuż ścieżki AB (rys.21)



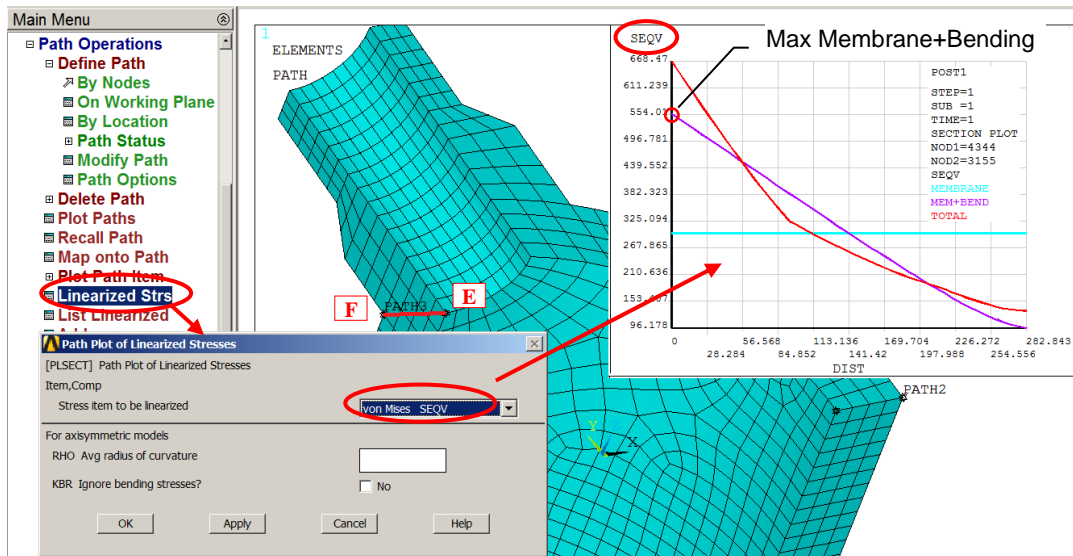
Rys.21. Przedstawienie wyników naprężeń wzdłuż ścieżki AB

C. Wskazanie ścieżki CD wzdłuż grubości ścianki (rys.22), zapisanie na niej naprężeń promieniowych i obwodowych, a następnie przedstawienie wyników naprężeń promieniowych i obwodowych wzdłuż ścieżki CD. Postępujemy analogicznie jak w przypadku ścieżki AB.

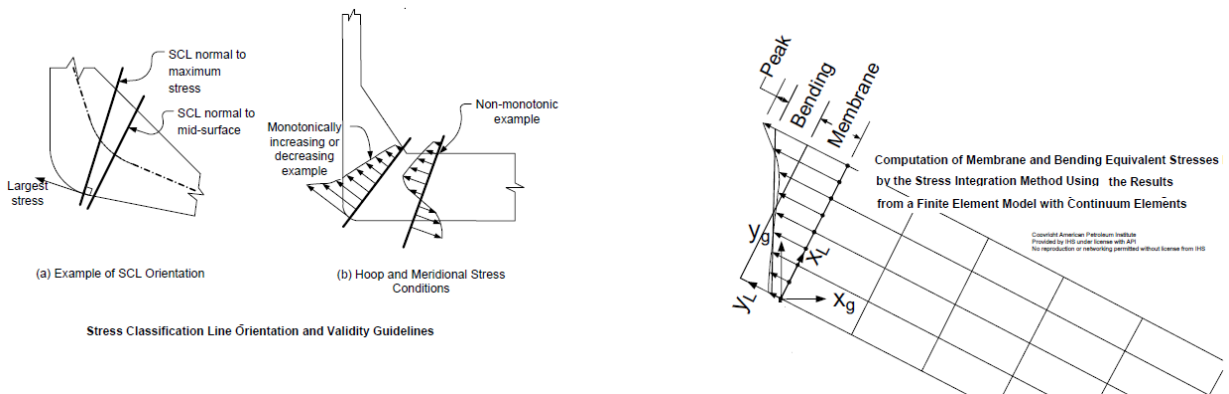


Rys.22. Przedstawienie wyników naprężeń wzdłuż ścieżki CD

D. Wskazanie ścieżki EF wzdłuż grubości ścianki i linearyzacja naprężeń zredukowanych (rys.23).



Rys.23. Linearyzacja naprężeń zredukowanych wzdłuż ścieżki EF



Rys.24. Rysunek pokazujący sposób linearyzacji przedstawiony w normach: ASME\_VIII\_Div2

**4. Interpretacja wyników i zadania do wykonania:**

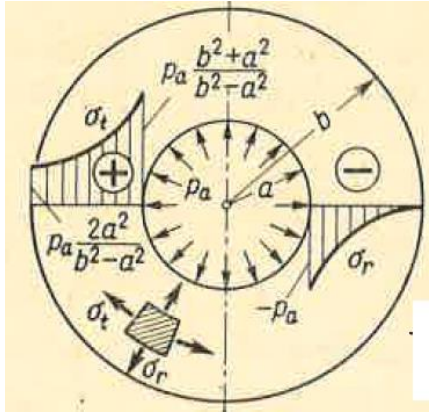
Porównać wyniki uzyskane dla tej samej gęstości siatki (parametr ESIZE patrz.rys.9) używając:

- a) elementów 20-węzłowych (Solid186) i siatki „sweep” w opcji HEX/WEDGE (**Model 1**),
- b) elementów 8-węzłowych (Solid185) i siatki „sweep” w opcji HEX/WEDGE (**Model 2**),
- c) elementów 8-węzłowych (Solid185) i siatki „free” w opcji TETRA (**Model 3**).

Zestawić w **tabeli**, dla policzonych przypadków wartości:

L. węzłów, l. elementów,  $USUM_{max}$ ,  $SEQV_{max}$ ,  $SX_{RSYS=1}$ ,  $SY_{RSYS=1}$  dla punktów A,B,C i D oraz maksymalnych naprężeń z linearyzacji SEQV na ścieżce EF.

Przedyskutować uzyskane wyniki.

	<b>Model 1</b> Solid186 Hex/Wed	<b>Model 2</b> Solid185 Hex/Wed	<b>Model 3</b> Solid185 Free		
L. węzłów				<p><b>Rysunki do raportu</b> (należy je zapisać podczas pracy z programem dla każdego modelu) :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) siatka elem.</li> <li>2) USUM(x,y)</li> <li>3) SEQV(x,y)</li> <li>4) SX(x,y)<sub>RSYS=1</sub></li> <li>5) SY(x,y)<sub>RSYS=1</sub></li> <li>6) wykres: SX(x,y)<sub>RSYS=1</sub> i SY(x,y)<sub>RSYS=1</sub> dla ścieżki AB</li> <li>7) wykres: SX(x,y)<sub>RSYS=1</sub> i SY(x,y)<sub>RSYS=1</sub> dla ścieżki CD</li> <li>8) wykres zlinearyzowanych SEQV na ścieżce EF</li> </ol> <p><b>Raport finalny:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Wprowadzenie</li> <li>2) Założenia do budowy modelu</li> <li>3) Opis modelu (<i>model solid, siatki, war. podparcia i obciążenia</i>)</li> <li>4) Przykładowe wyniki</li> <li>5) Wyniki zebrane w tabeli</li> <li>6) Omówienie wyników</li> <li>7) Wnioski</li> </ol>	
L. elementów					
$USUM_{max}$					
$SEQV_{max}$					
$SX^A_{RSYS=1}$					
$SY^A_{RSYS=1}$					
$SX^B_{RSYS=1}$					
$SY^B_{RSYS=1}$					
$SX^C_{RSYS=1}$					
$SY^C_{RSYS=1}$					
$SX^D_{RSYS=1}$					
$SY^D_{RSYS=1}$					
<b>Max Membrane + Bending stress</b>					
<p><b>Ze wzoru Lamé (dla przypadku ciśnienia wewnątrz rury):</b></p> $\sigma_r = \frac{p_a \cdot a^2}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \quad \sigma_t = \frac{p_a \cdot a^2}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right)$					
$\sigma_r(a) =$					
$\sigma_t(a) =$					
$\sigma_r(b) =$					
$\sigma_t(b) =$					