Elementy rachunku macierzowego

Przedstawione tutaj informacje stanowią krótkie przypomnienie elementów rachunku macierzowego niezbędne dla podstawowego zrozumienia metody elementów skończonych.
Algorytmy obliczeniowe MES wymagają niejednokrotnie szerszej znajomości rachunku macierzy.

Macierzą prostokątną $[a_{ik}]$ o wymiarach $m\times n$ nazywamy funkcję, która każdej uporządkowanej parze zmiennych naturalnych (i,k), $i=1,2,\dots,m$, $k=1,2,\dots,n$ przyporządkowuje liczbę rzeczywistą a_{ik}. Macierz zapisujemy w postaci tablicy prostokątnej mającej m wierszy i n kolumn:

$$\underset{m\times n}{[A]} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

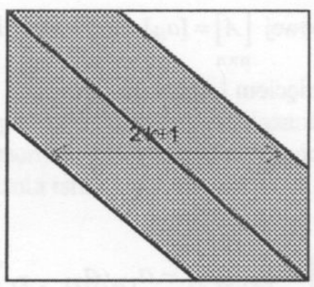
W przypadku, gdy $m=n$ macierz nazywamy kwadratową.

Macierzą diagonalną nazywamy macierz kwadratową, w której wszystkie elementy poza leżącymi na głównej przekątnej (diagonali) są równe zeru ($a_{ij}=0$, $i\neq j$).

Macierz $\underset{m\times 1}{[A]}$ nazywać będziemy wektorem-kolumną i oznaczać $\{A\}=\{a_i\}$ $i=1,2,\dots,m$.

Macierz $\underset{1\times n}{[A]}$ nazywać będziemy wektorem-wierszem i oznaczać $\lfloor A\rfloor=\lfloor a_i\rfloor$ $i=1,2,\dots,n$.

Macierzą pasmową nazywamy macierz kwadratową, której wszystkie niezerowe elementy leżą na przekątnej głównej (diagonali) i w k równoległych do diagonali liniach z każdej strony ($a_{ij}=0$ jeśli $|i-j|>k$).

$[A] =$ 

Liczbę $(2k+1)$ nazywamy szerokością pasma, a liczbę $(k+1)$ - szerokością półpasma macierzy [A].

Macierzą jednostkową o wymiarze n nazywamy macierz diagonalną o jednostkowych elementach niezerowych

$$[I]=[\delta_{ik}]$$

gdzie δ_{ik} oznacza symbol Kroneckera: $\delta_{ik}=1$ gdy $i=k$, $\delta_{ik}=0$, gdy $i\neq k$,

Macierzą transponowaną macierzy $\underset{m\times n}{[A]}=[a_{ik}]$ nazywamy macierz $\underset{n\times m}{[A]^T}=[a_{ki}]$ powstałą przez przestawienie wierszy i kolumn.

Macierzą symetryczną nazywamy macierz kwadratową, dla której $[A]^T=[A]$ $(a_{ik}=a_{ki})$.