<u>Podstawowe działania na macierzach</u>

<u>Sumą macierzy</u> $\underset{m\times n}{[A]}=[a_{ik}]$ i $\underset{m\times n}{[B]}=[b_{ik}]$ nazywamy macierz $\underset{m\times n}{[C]}=[a_{ik}+b_{ik}]$.

Operacja dodawania macierzy wymaga zgodności wymiarów macierzy składowych.

<u>Iloczynem macierzy</u> $\underset{m\times n}{[A]}=[a_{ik}]$ <u>przez liczbę rzeczywistą</u> λ nazywamy macierz $\underset{m\times n}{[B]}=[\lambda a_{ik}]$.

<u>Iloczynem macierzy</u> $\underset{m\times n}{[A]}=[a_{ik}]$ <u>przez macierz</u> $\underset{n\times p}{[B]}=[b_{ik}]$ nazywamy macierz $\underset{m\times p}{[C]}=[c_{ik}]$ taką, że:

$$c_{ik}=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}b_{jk} \qquad \begin{matrix} i=1,2,\dots,m, \\ k=1,2,\dots,p \end{matrix}.$$

Mnożenie macierzy jest możliwe jedynie w przypadku, gdy liczba kolumn pierwszej macierzy jest równa liczbie wierszy drugiej macierzy.
Mnożenie macierzy nie jest przemienne ([*A*][B}≠[B][A]).

Wybrane własności działań na macierzach

1. [A]·([B]·[C])=([A]·[B])·[C]
2. α[A]·[B]=(α[A])·[B]=[A] ·(α[B])
3. ([A] ·[B])^T=[B]^T[A]^T

<u>Wyznacznik macierzy</u>

Wyznacznikiem macierzy kwadratowej $\underset{n\times n}{[A]}=[a_{ik}]$ nazywamy liczbę rzeczywistą det[A], której definicję podać można zgodnie z tzw. rozwinięciem Laplace'a:

1) dla n=1 $\det\underset{1\times 1}{[A]}=a_{11}$

2) dla n=2 $\det\underset{2\times 2}{[A]}=a_{11}\cdot a_{22}-a_{12}\cdot a_{21}$

3) dla n≥3 wyznacznik obliczyć można wybierając dowolny wiersz *r*:

$$\det[A]=a_{r1}\alpha_{r1}+\alpha_{r2}\alpha_{r2}+\dots+a_{rn}\alpha_{rn}$$

α_{rj} nazywamy dopełnieniem algebraicznym elementu a_{rj} macierzy [A] i obliczane jest wg wzoru

$$\alpha_{rj}=(-1)^{r+j}\det\left[M_{rj}\right]$$

gdzie $[M_{rj}]$ jest podmacierzą macierzy [A] powstałą przez wykreślenie r-tego wiersza i *j*-tej kolumny macierzy [*A*].

W szczególności dla *n*=3 otrzymamy wybierając *r*=1

det[*A*]=$a_{11}\cdot(a_{22}\cdot a_{33}-a_{23}\cdot a_{32})$-$a_{12}\cdot(a_{21}\cdot a_{33}-a_{23}\cdot a_{31})$+ $a_{13}\cdot(a_{21}\cdot a_{32}-a_{22}\cdot a_{31})$
Wyznacznik obliczyć można również stosując analogiczne rozwinięcie Laplace'a względem wybranej kolumny.