Macierz, której wyznacznik jest równy zeru nazywamy macierzą osobliwą.

Wybrane własności wyznacznika:

1. Jeżeli jakiekolwiek dwa wiersze (kolumny) są liniowo zależne (dają się przedstawić w postaci liniowej kombinacji pozostałych) to wartość wyznacznika jest równa zeru.
2. det[A] = det[A]^T
3. Wyznacznik macierzy diagonalnej jest równy iloczynowi jej elementów diagonalnych.
4. det([A] ·[B])=det[A] · det[B].

Macierz odwrotna

Macierzą odwrotną nieosobliwej macierzy $\underset{n\times n}{[A]}$ nazywamy macierz [A]$^{-1}$ taką, że

$$[A]\cdot[A]^{-1}=[A]^{-1}[A]=[I]=[\delta_{ik}].$$

Istnieje dokładnie jedna macierz odwrotna macierzy nieosobliwej

$$[A]^{-1}=\frac{1}{\det A}[\alpha_{ik}]^T,$$

gdzie α_{ik} są dopełnieniami algebraicznymi elementów a_{ik} macierzy [A].

Układ równań liniowych. Zagadnienie własne

Układ m równań liniowych z n niewiadomymi

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j=b_i \qquad (i=1,2,\cdots,m)$$

zapisać można w postaci macierzowej

$$\underset{m\times n}{[A]}\underset{n\times 1}{\{x\}}=\underset{m\times 1}{\{b\}}$$

Układ nazywamy sprzecznym, gdy nie posiada żadnego rozwiązania, oznaczonym - gdy posiada dokładnie jedno rozwiązanie, albo nieoznaczonym, gdy posiada nieskończenie wiele rozwiązań.
Twierdzenie Kroneckera-Cappelliego uzależnia istnienie rozwiązania układu od rzędów macierzy układu

$$\underset{m\times n}{[A]}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

i macierzy rozszerzonej

$$\underset{m\times(n+1)}{[C]}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

Rzędem macierzy [A] nazywamy największy wymiar kwadratowej podmacierzy macierzy [A] mającej różny od zera wyznacznik i oznaczamy R([A]).

Zgodnie z twierdzeniem Kroneckera-Cappelliego

a) układ r-ń jest sprzeczny, gdy R(A)≠R(C)
b) układ r-ń jest oznaczony, gdy R(A)=R(C)=n
c) układ jest nieoznaczony, gdy R(A)=R(C)<n

Norma macierzy i wektora