WYKŁAD2

ZASADA ZACHOWANIA MASY I ZWIĄZANE Z NIĄ RÓWNANIA. DRUGA ZASADA DYNAMIKI.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

"Gallery of Fluid Motion"-M. Samimy, K.S. Breuer

RODZAJE WIELKOŚCI WYSTEPUJĄCYCH W FIZYCE

intensywne

ciśnienie, masa właściwa, temperatura, prędkość, natężenie pola elektrycznego, entalpia właściwa, itp.…

są określone w każdym miejscu ciała

ekstensywne

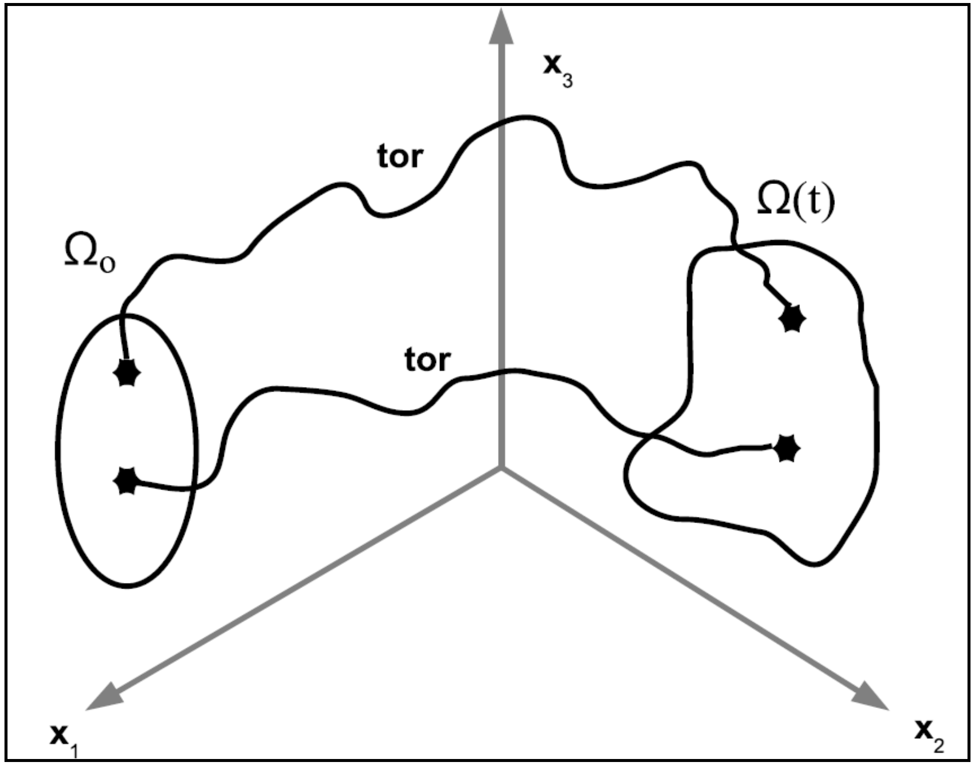
masa, ładunek elektryczny, pęd, siła, moc, energia, moment magnetyczny, entalpia itp.…

są zdefiniowane dla ciała

Istotna cecha wielkości ekstensywnych: ich wartość obliczona dla sumy ciał jest równa sumie ich wartości obliczonych dla poszczególnych ciał.

Ciało: w Ω_k, $\quad \Omega_k \cap \Omega_i = \varnothing$

$$F(\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \ldots) = F(\Omega_1) + F(\Omega_2) + F(\Omega_3) + \ldots$$



Wielkość ekstensywną F określamy jako całkę obliczaną po obszarze wypełnionym przez ciało

$$\boxed{F = F(t) = \int_{\Omega(t)} f(t, \vec{r})\, d\Omega}$$

$f(t, \vec{r})$ - **to „gęstość" wielkości $\mathbf{F}$ albo inaczej – wielkość właściwa $\mathbf{F}$**

Pochodna wielkości ekstensywnej:

$$\frac{dF}{dt} = \int_{\Omega(t)} \left[\frac{df}{dt} + f(\nabla \cdot \vec{v}) \right] d\Omega$$

Masę jako wielkość ekstensywną zapisujemy tak:

$$m = \int_{\Omega(t)} \rho(t, \vec{r}) d\Omega$$

ρ - gęstość masy albo masa właściwa

$\Omega(t)$ - obraz obszaru Ω_o, zawiera niezmienny zbiór punktów materialnych wypełniających obszar Ω_o w chwili początkowej

ZASADA ZACHOWANIA MASY

Masa tego samego zbioru punktów materialnych jest stała.

$$\frac{dm}{dt} = \int_{\Omega(t)} \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) \right] d\Omega = 0$$

Całkowa postać prawa zachowania masy

Można pokazać, że skoro powyższe równanie zachodzi dla każdego Ω to ma to miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy funkcja podcałkowa znika.
Zatem:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\rho + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

Różniczkowa postać prawa zachowania masy

- **Jeśli przepływ jest stacjonarny, co oznacza, że żaden parametr jawnie nie zależy od czasu prawo zachowania masy redukuje się do postaci:**

$$\boxed{\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = (\vec{v} \cdot \nabla)\rho + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = 0}$$

- **Jeżeli** $\rho = \mathrm{const}$, **czyli substancja ma niezmienną masę właściwą, to dostajemy**

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{v} = 0}$$

Powyższe równanie jest tożsame z równaniem

$$\boxed{\mathrm{diw}\ \vec{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0}$$

Równanie różniczkowe wyrażające zasadę zachowania masy nazywamy <u>RÓWNANIEM CIĄGŁOŚCI.</u>

Jeśli $\rho = \mathrm{const}$ **to** $\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}\Omega_o$, **co oznacza, że substancja o stałej masie właściwej zachowuje objętość.**

WARUNEK ZNIKANIA DIWERGENCJI PRĘDKOŚCI

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

NIEZALEŻNIE OD WŁASNOŚCI GĘSTOŚCI MASY PROWADZI DO ZACHOWANIA OBJĘTOŚCI OŚRODKA CIĄGŁEGO

DRUGA ZASADA DYNAMIKI

Pochodna pędu układu materialnego względem czasu jest równa sumie sił zewnętrznych działających na układ.

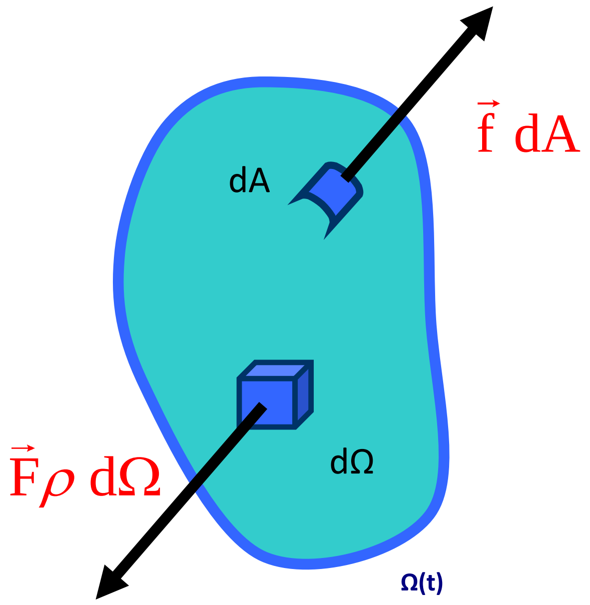
Pęd jest wielkością ekstensywną, zatem

$$\vec{P} = \int_{\Omega(t)} \rho\, \vec{v}\, d\Omega$$

$\rho\, d\Omega$ - **określa elementarną masę** dm **zawartą w małym obszarze** $d\Omega$

$\vec{v}\, dm = \rho \vec{v}\, d\Omega$ - **określa elementarny pęd** $d\vec{P}$

Siły działające na ośrodek ciągły



SIŁA POWIERZCHNIOWA -siła działająca na brzeg obszaru $\Omega(t)$

$$\vec{F}_A = \oint_A \vec{f}\, dA$$

$\vec{f}$ - powierzchniowa gęstość siły

dA - płatek powierzchni **A** czyli brzegu obszaru $\Omega(t)$

$\vec{F}$ - natężenie pola siłowego

$\rho\, d\Omega$ - elementarna masa

SIŁA OBJĘTOŚCIOWA - siła związana z masą i pewnym polem siłowym, działa na wnętrze obszaru $\Omega(t)$

$$\vec{F}_\Omega = \int_\Omega \vec{F}\rho\, d\Omega$$

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY