

ANALIZA MODALNA. DRGANIA WŁASNE BELKI

Wszystkie typy analizy dynamicznej są oparte na następującym ogólnym równaniu ruchu dla układu:

$$\underset{n \times n}{[M]} \underset{n \times 1}{\{\ddot{q}\}} + \underset{n \times n}{[C]} \underset{n \times 1}{\{\dot{q}\}} + \underset{n \times n}{[K]} \underset{n \times 1}{\{q\}} = \underset{n \times 1}{\{F(t)\}}, \quad (1)$$

gdzie: $[M]$ macierz masowa, $[C]$ macierz tłumienia, $[K]$ macierz sztywności, $\{q\}$ wektor przemieszczeń węzłowych, $\{\dot{q}\}$ wektor prędkości węzłowych, $\{\ddot{q}\}$ wektor przyspieszeń węzłowych, $\{F(t)\}$ wektor obciążenia, (t) czas.

Analiza modalna

Do analizy modalnej program ANSYS zakłada swobodne (niewymuszone) drgania bez tłumienia, opisane następującym równaniem ruchu:

$$\underset{n \times n}{[M]} \underset{n \times 1}{\{\ddot{q}\}} + \underset{n \times n}{[K]} \underset{n \times 1}{\{q\}} = \underset{n \times 1}{\{0\}} \quad (2)$$

Równanie sprowadza się do problemu na wartości własne:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{q\} = \{0\} \quad (3)$$

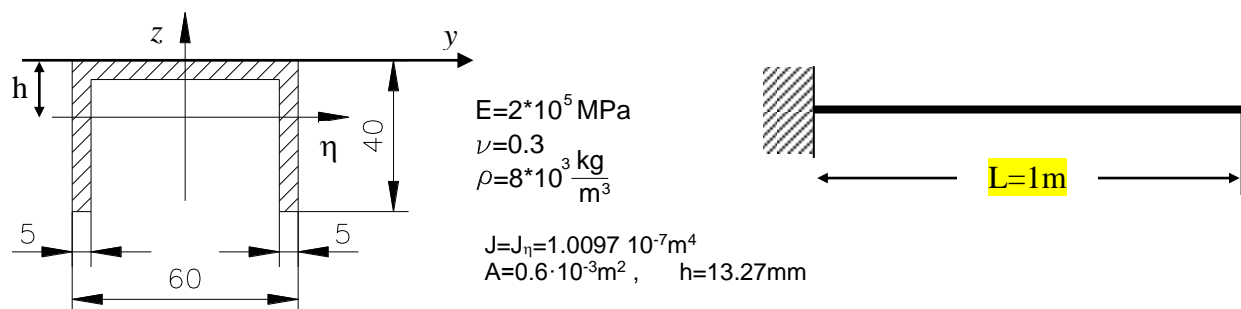
Interesują nas nietrywialne rozwiązania odpowiadające warunkowi:

$$\det([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (4)$$

Powyższy warunek zapewnia częstotliwości własne ω_i . Każda częstotać drgań własnych jest powiązana z wektorem własnym $\{q\}_i$ opisując kształt deformacji przy drganiach swobodnych z częstotliwością ω_i (postać własna). Wektor własny może być dowolnie skalowany - zwykle jest znormalizowany względem macierzy jedności lub macierzy masowej: $[q]_i [M] \{q\}_i = 1$.

ZADANIE

Znajdź pierwszych 8 częstotliwości własnych i powiązane postaci własne belki wspornikowej 3D.



Rys 1. Przekrój belki

Rozwiązanie analityczne dla jednowymiarowego modelu belki (**tylko zginanie**):

$$\begin{aligned} \omega_1^s &= 3.5156 \cdot \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}, \\ \omega_2^s &= 22.0346 \cdot \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}, \\ \omega_i^s &= \left[\frac{(2i-1)\pi}{2} \right]^2 \cdot \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}, \quad i = 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

ZADANIA DO WYKONANIA:

ZADANIE 1. Przeprowadź analizę belki za pomocą elementów bryłowych (Solid186).

ZADANIE 2. Przeprowadź analizę belki za pomocą elementów powłokowych (Shell281).

ZADANIE 3. Przeprowadź analizę belki za pomocą elementów belkowych (Beam188).

Porównaj wyniki (kolejne częstości własne) z odpowiednim rozwiązaniem analitycznym.

UWAGA na wybór jednostek: SI (N, m, s, W, kg) lub mod_SI (N, mm, s, mW, t)

Raport powinien zawierać:

- opis problemu
- krótką prezentację modelu MES (siatka, warunki brzegowe)
- tabelę z uzyskanymi wynikami (częstotliwościami)
- wykresy z rozkładem naprężeń normalnych σ_z dla pierwszych 8 postaci drgań
- omówienie wyników (porównanie z uproszczonym rozwiązaniem analitycznym)

Tabela 1. Wyniki Zad 1 (model 3D) Liczba el.=..... Liczba węzł.=.....

Postać	Częstotliwość f_{MES} [Hz]	Częstość własna ω_{MES} [rad/s]	Opis postaci
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Tabela 2. Wyniki Zad 2 (model shell) Liczba el.=..... Liczba węzł.=.....

Postać	Częstotliwość f_{MES} [Hz]	Częstość własna ω_{MES} [rad/s]	Opis postaci
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Tabela 3. Wyniki Zad 3 (model beam) Liczba el.=..... Liczba węzł.=.....

Postać	Częstotliwość f_{MES} [Hz]	Częstość własna ω_{MES} [rad/s]	Opis postaci
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Tabela 4.
Wyniki teoretyczne dla jednowymiarowego modelu belki (tylko zginanie):

Postać	Teoretyczna częstość własna ω_T [rad/s]
1	
2	
3	
4	

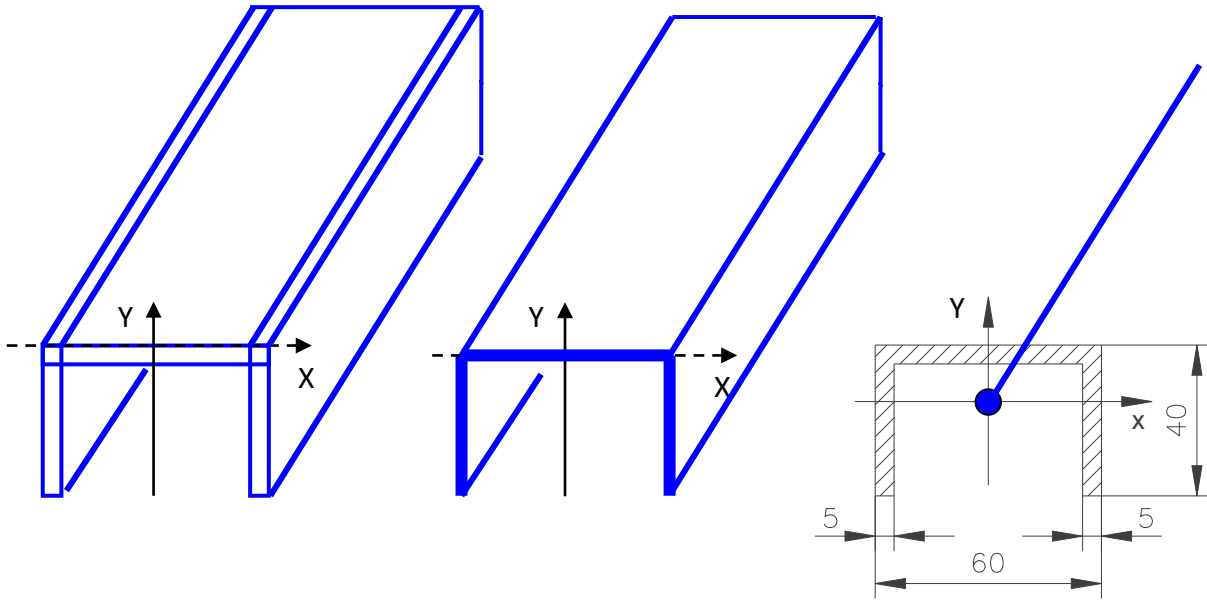
Wnioski:

Trzy sposoby modelowania zadania:

Zad. 1

Zad. 2

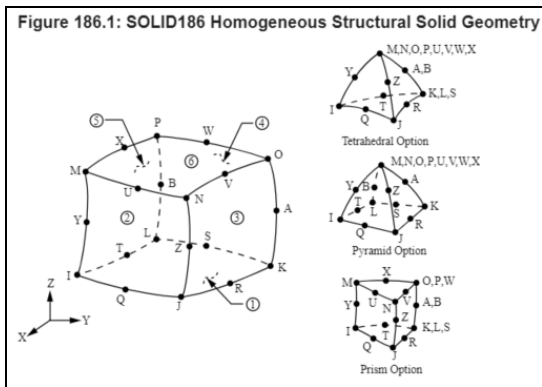
Zad. 3



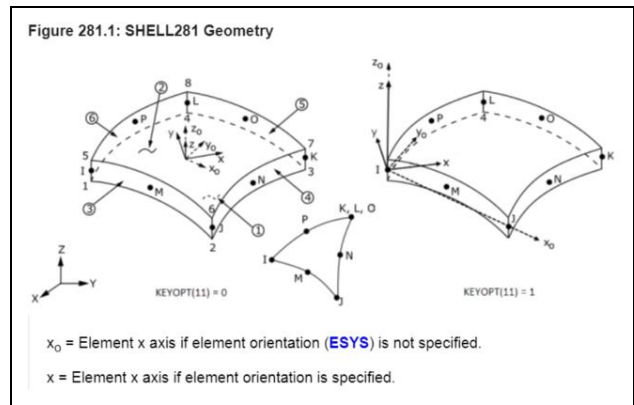
Wyciągnięcie powierzchni daje bryły, wypełnione elementami bryłowymi (modelowanie 3D)

Wyciągnięcie linii daje pola, które pokryjemy elementami powłokowymi z zadaną grubością

Wyciągnięcie punktu daje linię, której przypiszemy *section* definiujący cechy przekroju

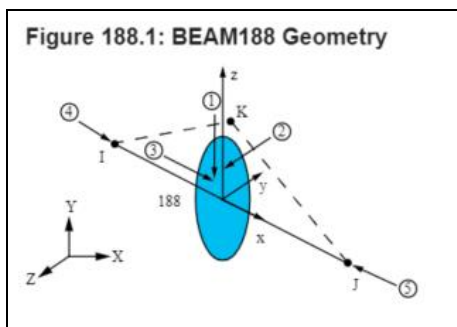


Degrees of Freedom UX, UY, UZ



Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ if KEYOPT



Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ if KEYOPT(1) = 0

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ, WARP if KEYOPT(1) = 1

