

STANY NAPRĘŻENIA, ODKSZTAŁCENIA, PRAWO HOOK'A, HIPOTEZY WYTRZYMAŁOŚCIOWE

1

z_1
 z
 y
 $A = 10 \text{ cm}^2$
 300 kN
 60°
 $l = 1 \text{ m}$
 P
 x

$\nu = 0,3$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

Pokazany na rys. pręt o długości l i przekroju poprzecznym A obciążono parą sił osiowych P . Wyznaczyć stan odkształcenia w układzie xyz . Obliczyć zmianę: długości dl , przekroju ΔA i objętości ΔV pręta. Obliczyć i narysować składowe naprężenia w przekroju A' . Jak nakleić tensometr na ścianie bocznej pręta, aby wskazanie jego równało się zero?

2

z_1
 z
 120
 30
 20
 y
 x

$E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $\nu = 0,34$, jak na rysunku

W pewnym punkcie ustroju wyznaczono pTascki stan naprężenia

- Wyznaczyć naprężenia gTówne i kierunki gTówne - wyniki pokazać na kostce elem.
- Obliczyć σ_{red} wg hipotez a) τ_{max} , b) Hubera
- Wyznaczyć składowe stanu odkształcenia w niegTównym układzie $x y z$.
- Czy w pTasce w układzie xy istnieje taki kierunek, na którym naklejony tensometr, pokaze wartość zero? Jeśli tak, określić jego położenie.

3

z_1
 stan I
 180
 120
 300
 stan II
 120
 180
 300

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$, $R_e = 370 \text{ MPa}$

Przyjmując hipotezę τ_{max} obliczyć naprężenia zredukowane dla stanów I, II. Sprawdzić, czy w każdym z nich wystąpi uplastycznienie materiału. Obliczyć stany odkształcenia z prawa Hooke'a, jeśli materiał pracuje w zakresie sprężystym.

4

y
 z
 45°
 x
 K

W pewnym punkcie powierzchni ustroju K naklejono rozetkę tensometryczną. Po obciążeniu odczytano następujące wskazania tensometrów: $\epsilon_a = 1\text{‰}$, $\epsilon_b = 0,94\text{‰}$, $\epsilon_c = 0,42\text{‰}$. Wyznaczyć:

- stan odkształcenia względem xy ,
- stan naprężenia względem xy ($E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $\nu = 0,34$)
- naprężenia gTówne i kierunki gTówne (zaznaczyć na rysunku)
- naprężenia zredukowane wg hipotezy τ_{max} .

Przykładowe zadania na I część egzaminu z Wytrzymałości Konstrukcji I

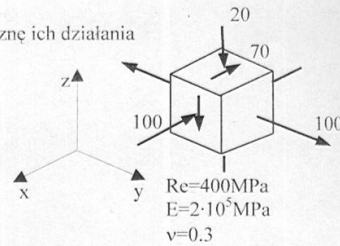
5

1. Dla trójwymiarowego stanu naprężenia pokazanego na rysunku wyznaczyć:

- kierunki i wartości główne naprężeń
- wartość maksymalnych naprężeń tnących i płaszczyznę ich działania
- współczynnik bezpieczeństwa n_e
- względną zmianę objętości $\Delta V/V$

W rozwiązaniu posłużyć się kołami Mohra.
Uzyskane wyniki pokazać graficznie.

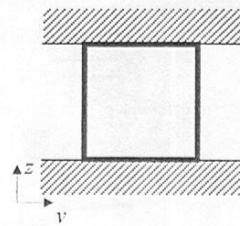
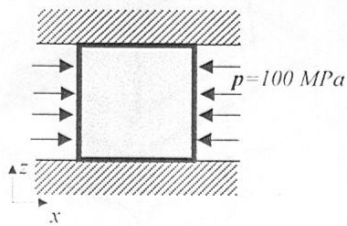
Uwaga: Wartości bezwzględne naprężeń podano w MPa.
Uwzględnić znaki naprężeń pokazane na rysunku.



6

Duralową kostkę umieszczono pomiędzy nieodkształcalnymi szczękami odbierającymi swobodę odkształceń na kierunku z. Wyznaczyć:

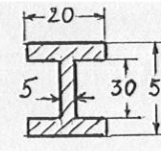
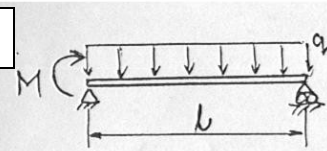
- względną zmianę objętości kostki $\Delta V/V$
- współczynnik bezpieczeństwa n (porównać wynik dla obu hipotez wytrzymałościowych!)



$R_{02} = 280 \text{ MPa}$
 $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $\nu = 0.32$

BELKI

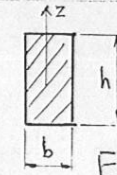
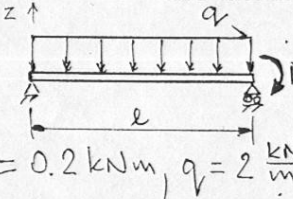
7



$l = 2 \text{ m}$
 $q = 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
 $M = 0.4 \text{ kNm}$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

- 1° Obliczyć reakcje podporowe.
- 2° Wyznaczyć rozkłady sił tnących T i momentów gnących M_g - narysować ich wykresy.
- 3° Obliczyć maksymalne naprężenia normalne w najbardziej niebezpiecznym przekroju
- 4° Wyznaczyć linię ugięcia $w(x)$ metodą całkowania równania różniczkowego belki i obliczyć stratę ugięcia $f = w_{\text{max}}$.

8



$l = 1 \text{ m}$
 $h = 6 \text{ cm}$
 $b = 2 \text{ cm}$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

1. Obliczyć reakcje podporowe.
2. Wyznaczyć rozkłady sił tnących i momentów gnących - narysować wykresy
3. Obliczyć maksymalne naprężenia normalne w najbardziej niebezpiecznym przekroju.
4. Wyznaczyć linię ugięcia $w(x)$ metodą całkowania równania różniczkowego belki i obliczyć stratę ugięcia $f = w_{\text{max}}$

Przykładowe zadania na I część egzaminu z Wytrzymałości Konstrukcji 1

9

1) Wyznaczyć reakcje na podporach (sprawdzić)
 2) Wyznaczyć przebiegi siły tnącej T i momentu giętego M_g (narysować wykresy, sprawdzić ich poprawność).
 3) Napisać wzory na max. napężenia normalne od zginania i max. ścisnę od ścinania
 4) Wyznaczyć obrót końca "C" i ugięcie końca "D" metodą siły jednostkowej.

10

Obliczyć i sprawdzić reakcje na podporach.
 Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych wzdłuż osi belki oraz rozkład naprężeń $\sigma_x(z)$ w najbardziej niebezpiecznym przekroju.
 Obliczyć pionowe przemieszczenie p. C (metoda dowolna)

11

Dla belki o przekroju dwuteowym podpartej na podporach przegubowych i obciążonej układem momentów, wyznaczyć:

- rozkłady składowych wysiłku przekroju $M_g(x)$ i $T(x)$
- kąt ugięcia na lewej podporze ϑ_A
- maksymalne ugięcia belki w_{max} .

$E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

12

Dla belki o przekroju rury kwadratowej podpartej na podporach przegubowych i obciążonej momentem, wyznaczyć:

- rozkłady składowych wysiłku przekroju $M_g(x)$ i $T(x)$
- kąt ugięcia na lewej podporze ϑ_A
- maksymalne ugięcie belki w_{max} .

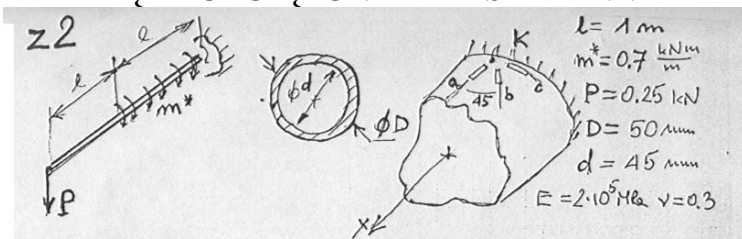
13

Obliczyć i sprawdzić reakcje na podporach. Przedstawić rozkłady sił przekrojowych wzorami i na wykresach - na podstawie odpowiednich obliczeń. Wyznaczyć linię ugięcia rozwiązując r-nię różnic. belki. Obliczyć kąty obrotu na podporach.

$EI_y = \text{const}$

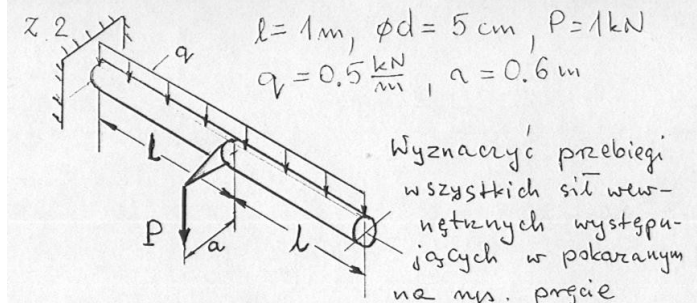
PRĘTY OBCIĄŻONE PRZESTRZENNIE

14



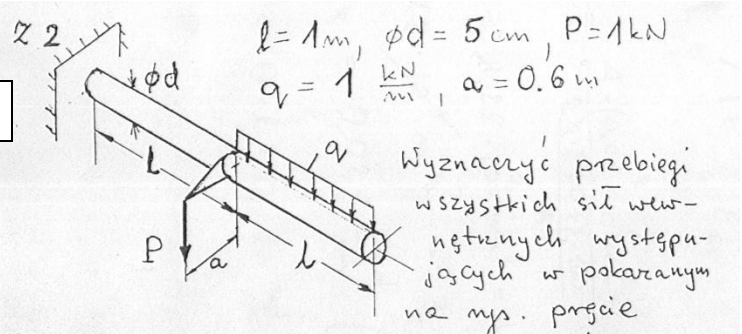
Pręt kołowy (muru), zamocowany jednym końcem w ścianie obciążono na potęgę długości stałym rydethiem m^* na skrajnie oraz siłą P na końcu swobodnym. W danym przekroju K przekroju utwierdzonego należąco rozetkę tensometrow jak na rys. Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych na on pręta. Obliczyć i pokazać na kostce elem. stan naprężenia w punkcie K. Wpisać i wskazać tensometrow w punkcie K.

15



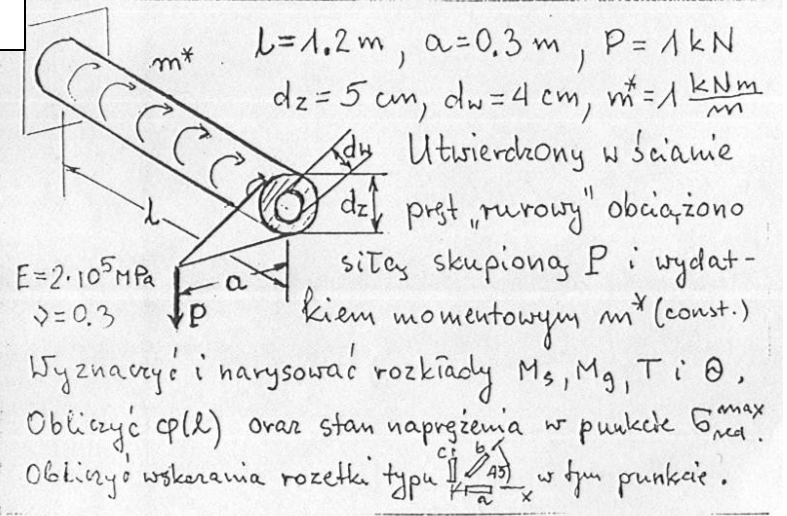
Wyznaczyć przebiegi wszystkich sił wewnętrznych występujących w pokazanym na rys. pręcie o przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kostce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć σ_{red} wg. hip. Hubera

16



Wyznaczyć przebiegi wszystkich sił wewnętrznych występujących w pokazanym na rys. pręcie o przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kostce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć σ_{red} wg. hip. Hubera

17



Utwierdzony w ścianie pręt „rurowy” obciążono siłą skupioną P i wydatkiem momentowym m^* (const.) Wyznaczyć i narysować rozkłady M_s, M_g, T i θ . Obliczyć σ_{red} oraz stan naprężenia w punkcie σ_{red}^{max} . Obliczyć wskazania rozetki typu $\begin{matrix} c \\ \swarrow \searrow \\ a \end{matrix}$ w tym punkcie.

Przykładowe zadania na I część egzaminu z Wytrzymałości Konstrukcji I

18

Rura cienkościenna wykonana z blady duralowej o grubości $\delta = 1 \text{ mm}$ obciążono na całej długości wydatkiem m i momentem skupionym M na końcu. Wyznaczyć: 1° wykres $M_S(x)$ 2° współcz. bezp. $\eta_e = Re/\sigma_{red}^{max}$, 3° wskazania tensometrów a, b, c naklejonych blisko utwierdzenia 4° obrót końca swobodnego.

19

Pokazana na rys. rura cienkościenna skrcana jest momentem $M_S = 8 \text{ kNm}$. Wyznaczyć: 1) stan naprężenia w dowolnym przekroju (mit rozetki naklejonej na płaszczyz (patrz rysunek) 2) siłę przypadającą na jeden 3) wskazania tensometru ($\alpha, 45^\circ, t$)

$\delta = 2 \text{ mm}$, $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $\nu = 0.34$

1) całkowity kąt skręcenia pomiędzy końcami rury.

20

Cienkościenna rura o przekroju kwadratowym ($a = 100 \text{ mm}$, $\delta = 1 \text{ mm}$) i długości $l = 1 \text{ m}$ obciążona jest miniodrozdowo przyłożoną siłą poprzeczną $P = 1 \text{ kN}$ ($d = 0.45 \text{ m}$)

$\nu = 0.34$
 $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$

Oblńczyć: 1) maksymalne naprężenie zredukowane wg hipotezy Hubera 2) wskazania tensometrów a, b, c 3) kąt obrotu końca swobodnego.

21

3. Cienkościenną rurę stalową o przekroju kwadratowym obciążono jak na rysunku. W połowie długości rury naklejono na jej powierzchni tensometr pod kątem 30° do tworzącej. Wyznaczyć:

- stan naprężenia w rejonie tensometru,
- naprężenia zredukowane,
- wskazanie tensometru,
- całkowity kąt skręcenia.

$E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $\nu = 0.32$

22

Cienkościenną rurę duralową o przekroju kwadratowym obciążono samorzównoważonym układem momentów: gnących M_1 i skręcających M_2 . W połowie długości rury naklejono na jej powierzchni tensometr pod kątem 30° do tworzącej. Wyznaczyć:

- stan naprężenia w rejonie tensometru,
- maksymalne naprężenia zredukowane,
- wskazanie tensometru,
- całkowity kąt skręcenia.

$E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $\nu = 0.32$

WYBOCZENIE

23

$l = 0.5 \text{ m}$, $D = 16 \text{ mm}$
 $\lambda_{gr} = 100$, $d = 12 \text{ mm}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

Pokazany na rys. pręt jest fragmentem kratownicy płaskiej, z węzłami przegubowymi. Jaka dopuszczalna siła ściskająca N może przenieść ten pręt jeśli wymagany ze wzgl. na wyboczenie współczynnik bezp. $m_{kr} = 2.5$?

24

$l = 2.5 \text{ m}$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $\lambda_{gr} = 100$

Wyznaczyć dopuszczalną siłę ściskającą w pręcie, jeśli wymagany współczynnik bezp. m_{kr} na wyboczenie = 2.5.

25

$l = 20 \text{ m}$, $d_z = 1 \text{ m}$, $d_w = 0.96 \text{ m}$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\lambda_{gr} = 100$, $m_{kr} = 10$

Na jakie obciążenie można zaprojektować wieżę ciśnieniową, przyjmując współczynnik bezpieczeństwa na wyboczenie $m_{kr} = 10$? Słup wieży jest rurą stalową o długości l , średnicy zewnętrznej i wewnętrznej odpowiednio d_z i d_w .

26

Pręt o przekroju rurowym, utwierdzony tak jak na rysunkach, obciążony jest siłą ściskającą. Jaka maksymalna siła P można obciążyć pręt jeśli współczynnik bezpieczeństwa m_{kr} na wyboczenie jest równy 2?

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $\lambda_{gr} = 100$

$l = 0.5 \text{ m}$

27

$l = 2\text{ m}$, $h = 60\text{ mm}$, $b = 15\text{ mm}$
 $E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$, $\lambda_{gr} = 100$

Pręt o przekroju prostokątnym $b \times h$, połączony sworzniami z resztą ustroju pracuje na ściskanie. Jaka, maksymalna siła P może obciążać pręt, jeśli współcz. bezpieczeństwa n_{kr} na wyboeczenie = 2?

28

$H = 0.5\text{ m}$, $B = 0.25\text{ m}$, $\delta = ?$

Jaka powinna być grubość nogi δ , aby zarywna osoba o masie $m = 100\text{ kg}$, mogła bezpiecznie usiąść (ze współ. bezp. $n = 2$) na środku ławki.

Jak zmieni się współcz. bezpieczeństwa, gdy w.w. osoba siądnie na brzegu ławki. Zaproponować w tym przypadku rozwiązanie metodą energetyczną. (w tym przypadku metoda dławienia).

29

$l = 2\text{ m}$

Dwuprętowa kratownica, której pręty mają przekrój tarczowy $\phi_{dz} = 24\text{ mm}$ a $\phi_{dw} = 18\text{ mm}$ obciążona jest siłą P . Wyznaczyć max. dopuszczalną wartość siły P ze względu na wyboeczenie.

$E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$, $\lambda_{gr} = 100$, $n_{kr} = 5$

30

$E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$
 $\lambda_{gr} = 100$
 $n_{kr} = 3$

Dwuprętowa kratownica płaska pokazana na rysunku, której pręty mają przekrój tarczowy, obciążona jest siłą P . Wyznaczyć maksymalną wartość tej siły.