

# DWUWYMIAROWE ZADANIE TEORII SPRĘŻYSTOŚCI. BADANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ.

## 1. Wprowadzenie

Zadanie dwuwymiarowe teorii sprężystości jest szczególnym przypadkiem zadania trójwymiarowego, kiedy to problem można rozwiązać analizując reprezentatywny płaski obszar sprężysty, na którego brzegu znane są warunki przemieszczeniowe lub obciążenia, a wewnątrz obszaru działają siły objętościowe. W szczególnych, prostych przypadkach znane są analityczne rozwiązania tego typu zadań. Typowymi zadaniami dwuwymiarowymi teorii sprężystości są przypadki:

- cienkich tarcz o dowolnym kształcie pracujących w stanie błonowym (płaski stan naprężenia **PSN** – ang. *Plane stress*)
- brył pryzmatycznych, w których można przyjąć brak swobody odkształceń w kierunku normalnym do płaszczyzny analizowanego przekroju (płaski stan odkształcenia **PSO** – ang. *Plane strain*)
- brył obrotowych obciążonych osiowoosymetrycznie (osiowa symetria **OS** – ang. *Axial symmetry*)

Z punktu widzenia MES wszystkie te zadania można rozwiązać dokonując dyskretyzacji płaskiego obszaru odpowiadającego reprezentatywnemu przekrojowi analizowanego obiektu. Należy przy tym pamiętać, że użyte elementy skończone muszą korzystać z odpowiednich postaci prawa Hooke'a właściwych dla każdego z wcześniej wymienionych typów (odpowiednie opcje elementu: *Plane stress, Plain strain, Axial symmetry*).

## 2. Rozwiązywane zagadnienie

Celem ćwiczenia jest analiza MES naprężeń i odkształceń powstałych w cienkiej tarczy duralowej obciążonej stałym rozkładem naprężeń rozciągających o wypadkowej  $P$ . Uzyskane numerycznie współczynniki koncentracji naprężeń w dnie karbów należy porównać z wartościami podanymi w literaturze.

Dane:

**I** - liczba liter w imieniu  
**N** - liczba liter w nazwisku

$$P = (10000 + I \cdot 100) = \dots \text{ [N]}$$

$$a = (100 + N) = \dots \text{ [mm]}$$

$$r_1 = (100 + N) = \dots \text{ [mm]}$$

$$r_2 = (50 + I) = \dots \text{ [mm]}$$

$$M = 800 \text{ [mm]}$$

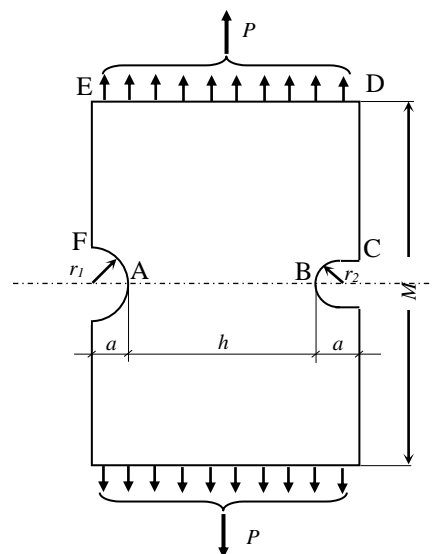
$$h = 300 \text{ [mm]}$$

$$\delta = 1 \text{ [mm]} \text{ (grubość tarczy)}$$

$$E = 7 \cdot 10^4 \text{ [MPa]}$$

$$\nu = 0.32$$

W zadaniu należy porównać wyniki uzyskane dla różnych gęstości siatek (wpływ dyskretyzacji) i różnych typów elementów skończonych (wpływ aproksymacji wewnątrz elementu – funkcji kształtu).



Rys.1. Model tarczy z karbami

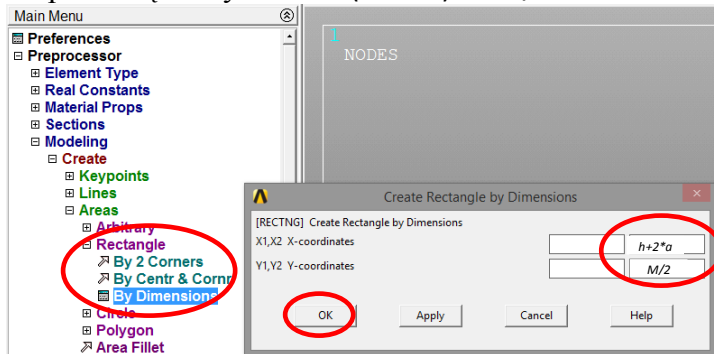
### 3. Typowy przebieg analizy numerycznej

Biorąc pod uwagę symetrię tarczy (kształtu i obciążenia) do obliczeń można przyjąć jedynie połowę analizowanego obiektu. Wygodnymi jednostkami są:  $mm$ ,  $N$ ,  $MPa$ .

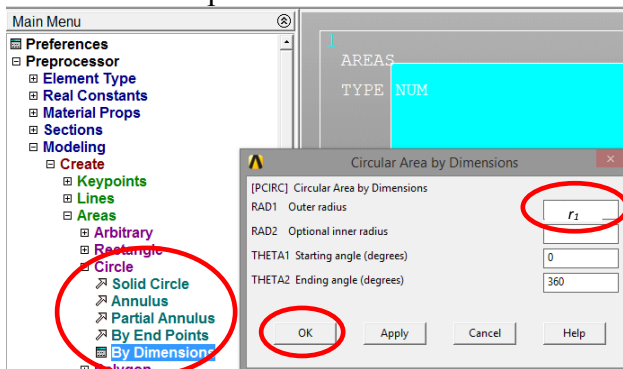
#### 3.1. Preprocessor

Budowa modelu geometrycznego (solid model) zostanie przeprowadzona techniką *Up\_bottom*, tzn. wykorzystane zostaną tzw. prymitywy:

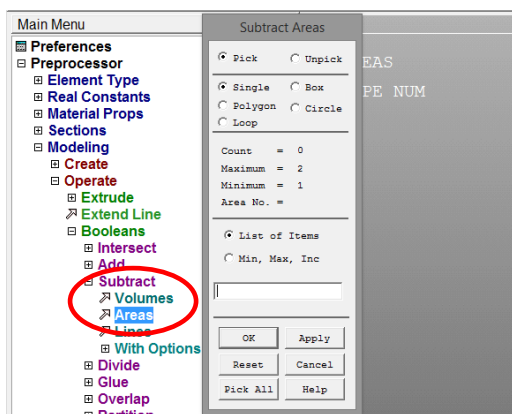
a) Utwórz prostokąt o wymiarach  $(h+2*a)$  na  $M/2$  mm:



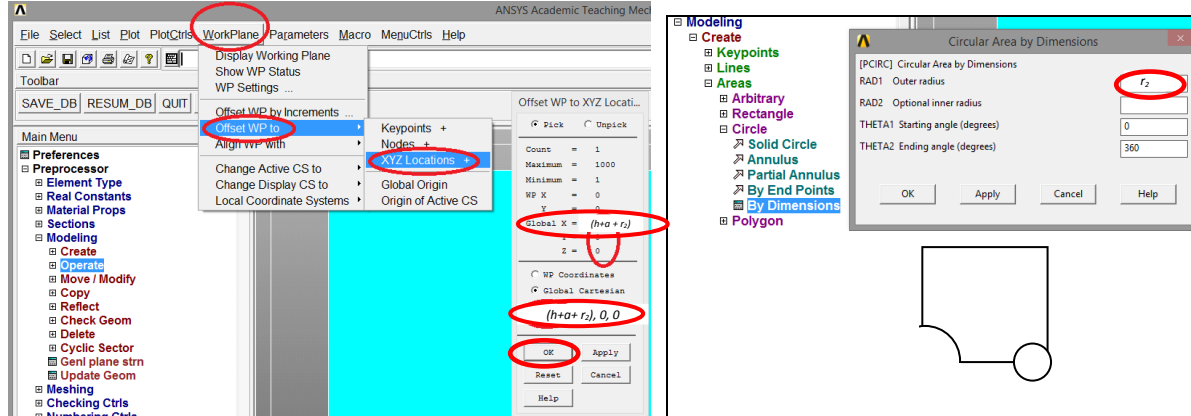
b) Utwórz duże koło o promieniu  $r_1$ :



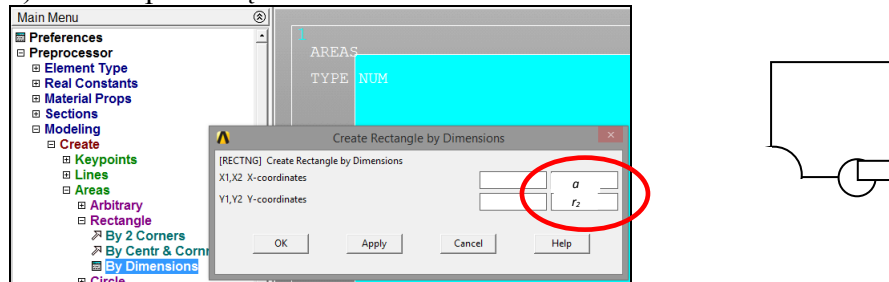
c) Odejmij koło od prostokąta:



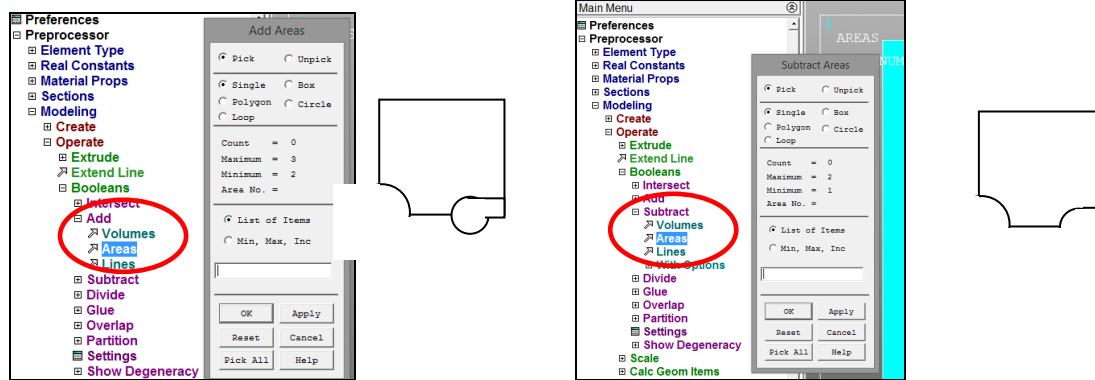
d) Przenieś WorkPlane w prawo o  $(h+a+r_2)$  i utwórz koło o promieniu  $r_2$ :



e) Utwórz prostokąt  $a \times r_2$ :



f) Dodaj do siebie koło i prostokąt, a następnie odejmij otrzymana figurę od wcześniej zbudowanego pola:

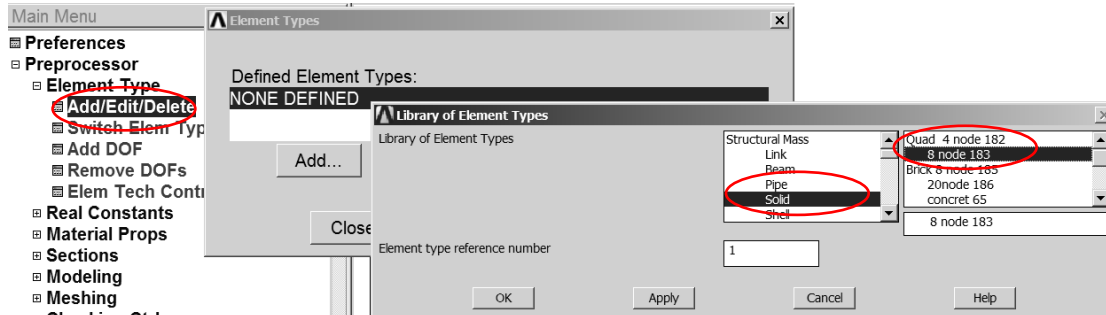


g) Narysuj linie obszaru:

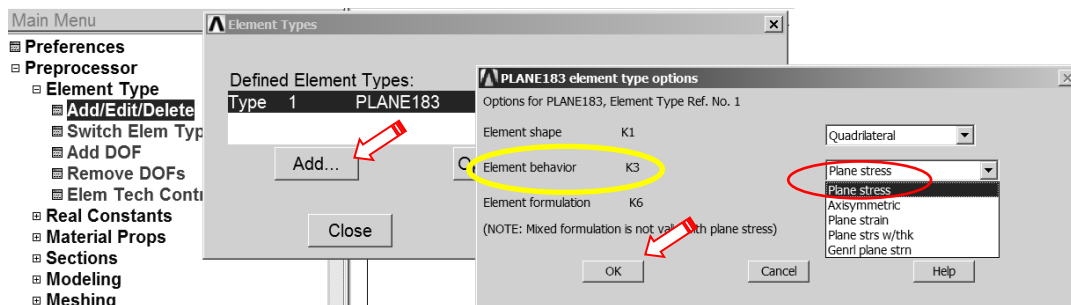
### Wybór typu elementu skończonego

(element 8-węzłowy: np.: Solid183 lub element 4-węzłowy: Solid 182) i jego odpowiedniego wariantu (*Plane stress*)

**UWAGA:** dla elementu Solid 182 wybrać opcję całkowania „Enhanced strain”

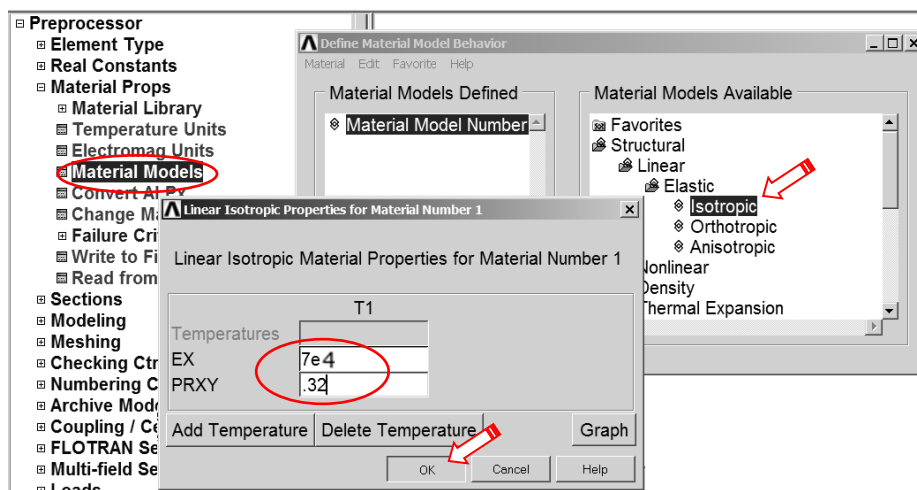


Wskazanie typu elementu z biblioteki



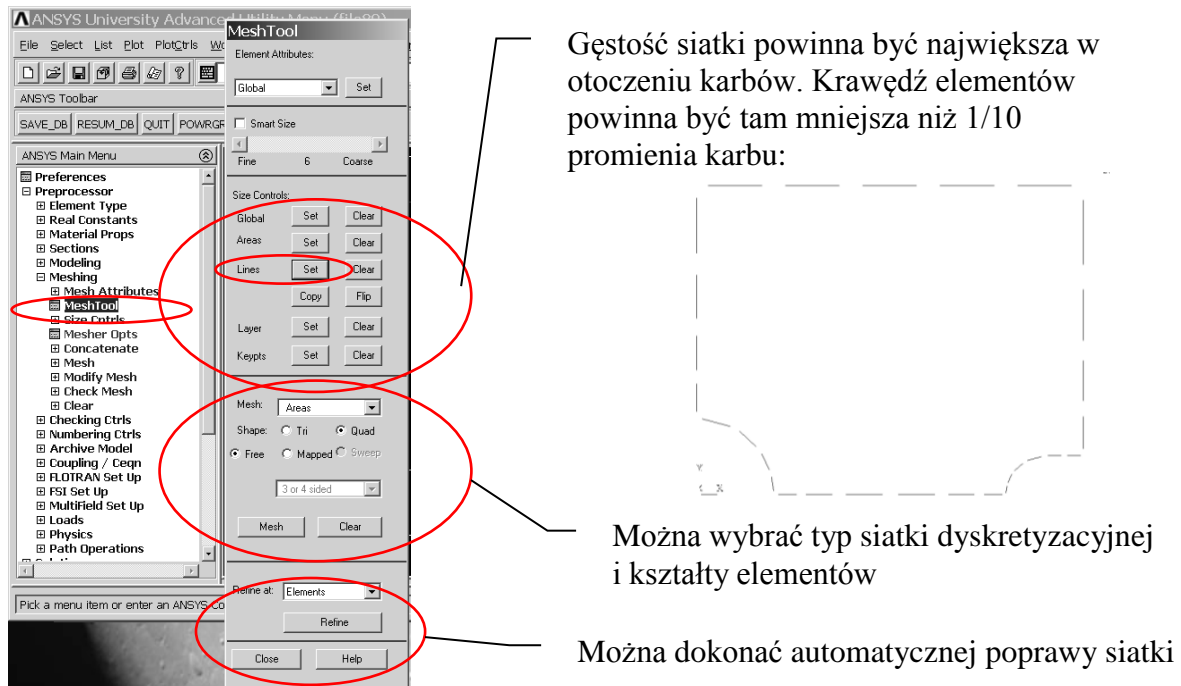
Ustalenie opcji elementu

Wprowadzenie danych materiałowych - modułu Younga (*EX*) i stałej Poissona (*PRXY*):



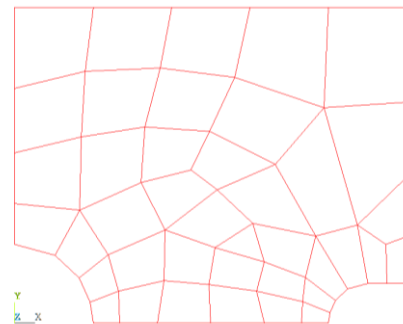
### Określenie gęstości dyskretyzacji:

W przykładzie definiujemy gęstości podziału na kolejnych liniach zewnętrznych analizowanego obszaru.



Rys. 2. Ustalenie parametrów sterowania gęstością siatki elementów

Sterowanie kierunkiem zagęszczania podziału linii odbywa się za pomocą parametru **SPACE**:  
Podział na elementy skończone (np. free meshing).

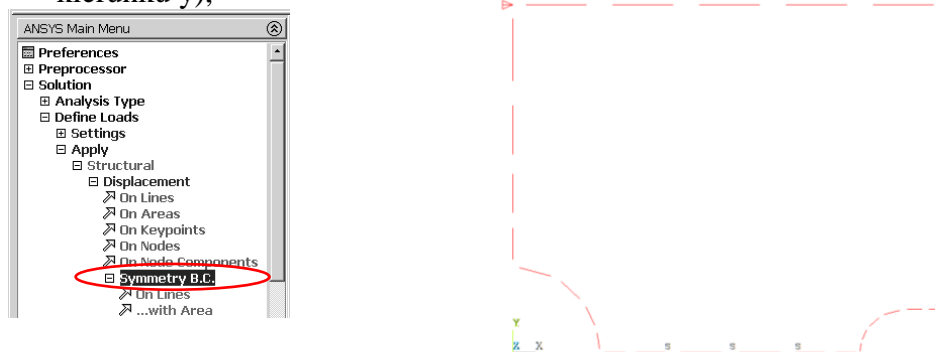


Rys. 4. Siatka elementów skończonych w obszarze tarczy

### 3.2. Solution – moduł rozwiązujący

#### Określenie warunków podparcia:

a) warunek symetrii na linii łączącej dna korbów (odebranie swobody przemieszczeń w kierunku y),



Rys. 5. Określenie warunków symetrii na liniach

- b) dodatkowo trzeba odebrać możliwość przemieszczenia w kierunku x dowolnie wybranego węzła (można wprowadzić ten warunek bezpośrednio w węzeł lub punkt geometrii).

Wprowadzenie obciążenia w postaci ciśnienia na linii ED:

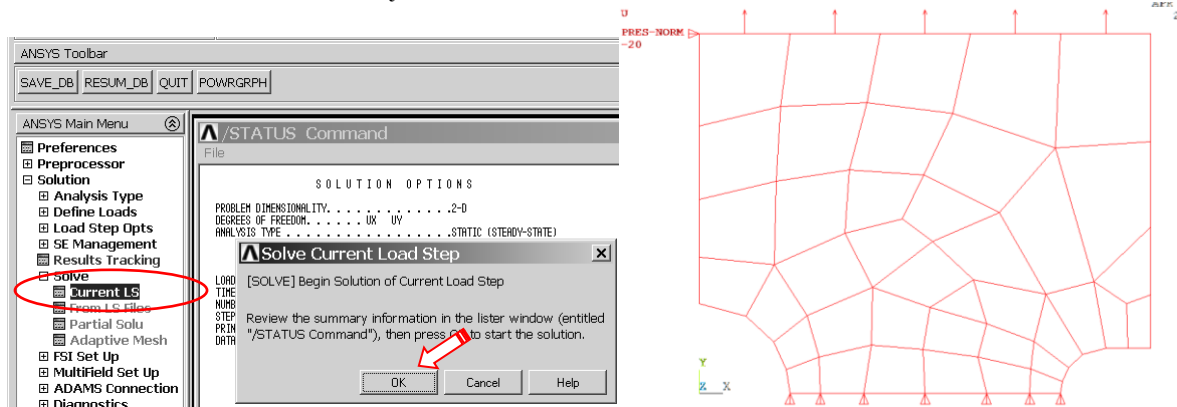
$$p = -P / (h + 2 \cdot a) / \delta \text{ [MPa]}$$

Rys. 6. Zadanie obciążenia ciągłego na linii

Uruchomienie obliczeń.

Przed uruchomieniem procesu obliczeniowego warto zapisać bazę danych. Można tego dokonać komendą SAVE w okienku ANSYS Toolbar (patrz punkt 3.2.1).

Uruchomić obliczenia komendą: *Solve > Current Ls.*

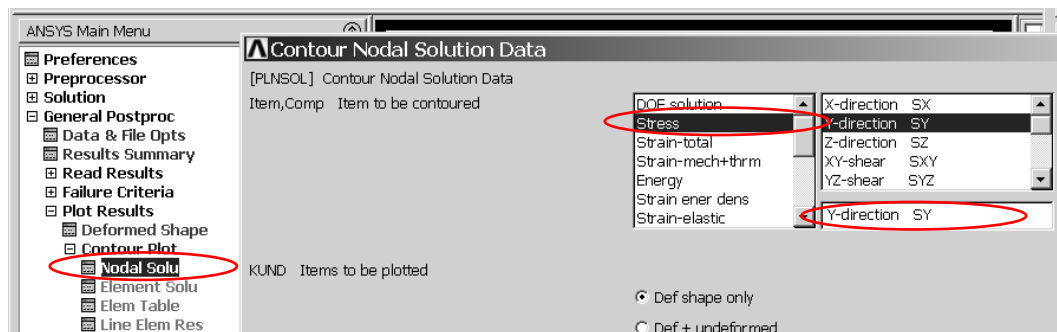


Rys. 7. Uruchomienie procesu rozwiązania

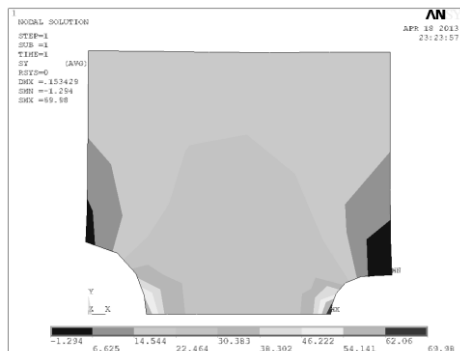
### 3.3. General postprocessor

Prezentacja wyników w postaci map warstwicznych.

- a) Pokaż mapę naprężeń rozciągających (SY - na kierunku Y):



Rys. 8. Uruchamianie polecenia rysowania mapy składowej SY stanu naprężenia

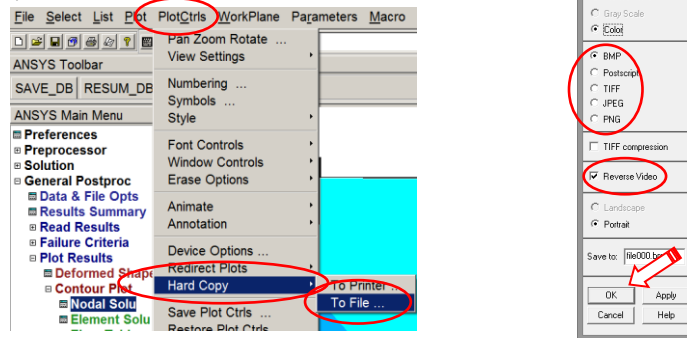


Rys. 9. Rozkład naprężeń zredukowanych w obszarze tarczy

b) Pokaż mapę naprężeń zredukowanych (von Mises SEQV).

Zapisywanie oglądanego obrazu do zbioru graficznego:

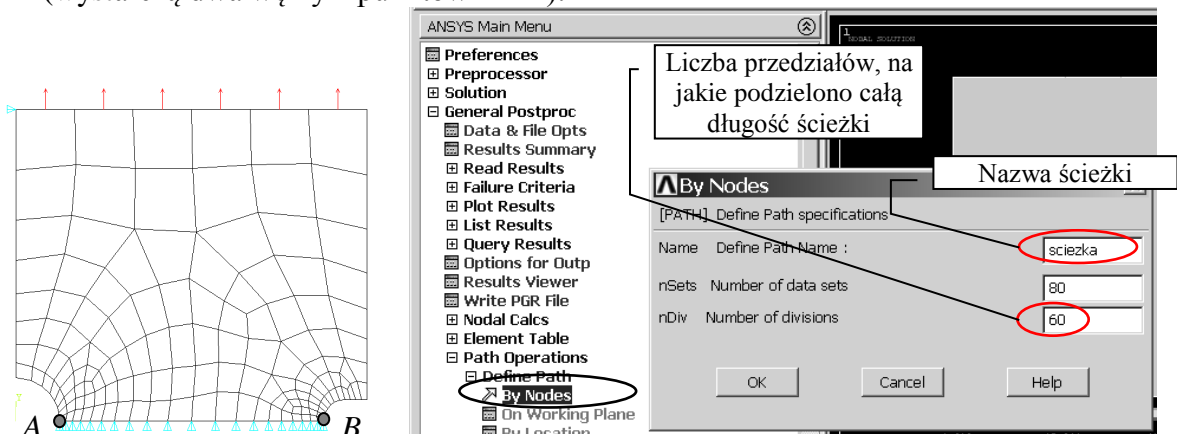
Każdy obraz wyświetlony w okienku graficznym można zapisać w wybranym pliku graficznym.



Rys. 10. Skierowanie obrazu do zbioru graficznego

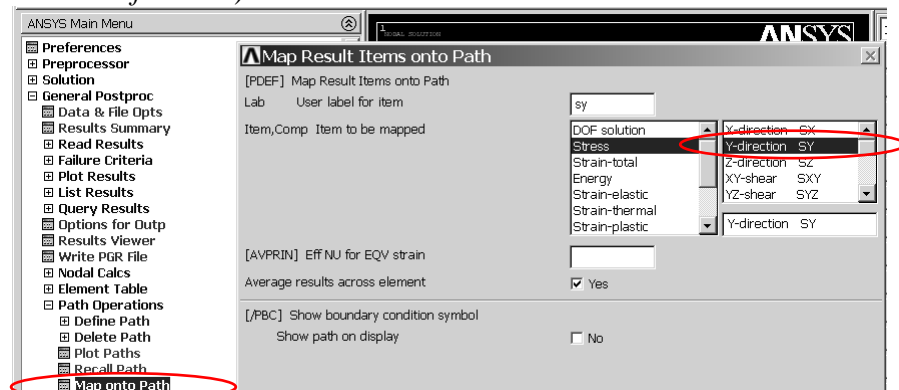
Sporządzanie wykresów naprężeń SY, SX i SEQV wzdłuż płaszczyzny symetrii tarczy:

a) Wskaż ścieżkę, wzdłuż której będzie mierzona zmienna niezależna wykresu (s) (wystarczą dwa węzły z punktów A i B):



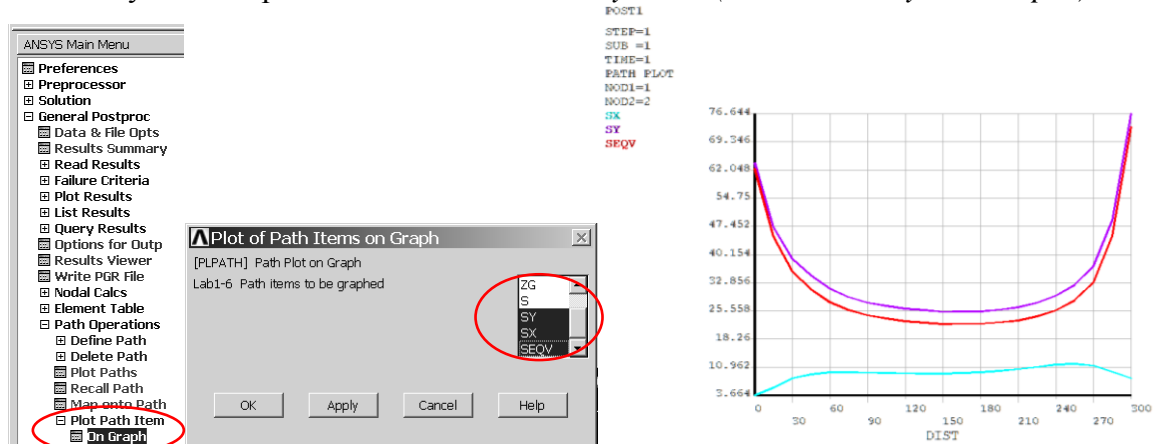
Rys. 11. Określenie ścieżki i jej parametrów

b) Zdefiniuj żądane funkcje (np.:  $SY(s)$ ,  $SX(s)$ ,  $SEQV(s)$ ). Każdej z funkcji można nadać unikalną nazwę (*User label for item*):



Rys. 12. Wskazanie wielkości fizycznych do prezentacji wzdłuż ścieżki

c) Narysuj na wykresie wskazane funkcje. Skala osi na wykresie, grubości i kolory linii wykresów itp. Można zmieniać w *Utility Menu (PlotCtrls > Style > Graphs)*.



Rys. 13. Prezentacja wykresów wskazanych składowych stanu naprężenia wzdłuż ścieżki

#### 4. Interpretacja wyników i zadania do wykonania:

Porównać wyniki uzyskane dla trzech różnych gęstości siatek typu free (wpływ dyskretyzacji - siatka z około 50, 150 i 500 elementami) i różnych typów elementów skończonych (wpływ aproksymacji - elementy paraboliczne (8-węzłowe) i elementy liniowe (4-węzłowe)).

Zestawić w tabeli, dla policzonych przypadków wartości:

Liczba węzłów, liczba elementów, ilość stopni swobody,  $UY_{max}$ ,  $SY_{max}^A$ ,  $SY_{max}^B$ ,  $SX^A$ ,  $SX^B$ ,  $SEQV_{max}$ ,  $\alpha_{MES}^A$ ,  $\alpha_{MES}^B$ ,  $\alpha_T^A$ ,  $\alpha_T^B$ ,

przy czym:

$SY_{max}^A$ ,  $SY_{max}^B$  – naprężenia maksymalne na kierunek Y w dnach korbów A i B uzyskane numerycznie,  
 $SX^A$ ,  $SX^B$  – naprężenia na kierunek X w dnach korbów A i B uzyskane numerycznie,  
 $\alpha_{MES}^A = SY_{max}^A / \sigma_M$  – współczynnik koncentracji naprężeń karbu lewego uzyskany numerycznie (punkt A),  
 $\alpha_{MES}^B = SY_{max}^B / \sigma_M$  – współczynnik koncentracji naprężeń karbu prawego uzyskany numerycznie (punkt B),  
 $\sigma_M = P / (h \cdot \delta)$  – średnie naprężenia w płaszczyźnie symetrii tarczy,  
 $\alpha_T^A$ ,  $\alpha_T^B$  – współczynniki koncentracji naprężenia z wykresu

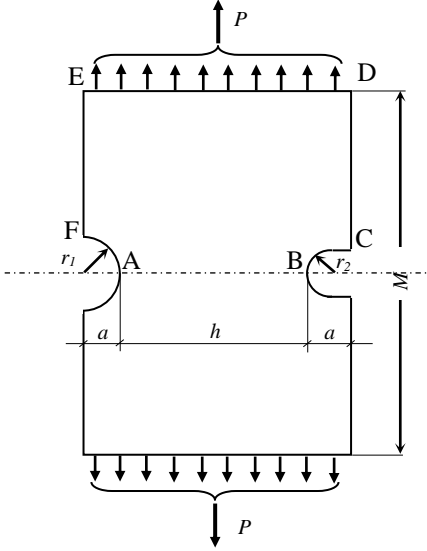
Przedyskutować uzyskane wyniki.



Imię i Nazwisko: .....

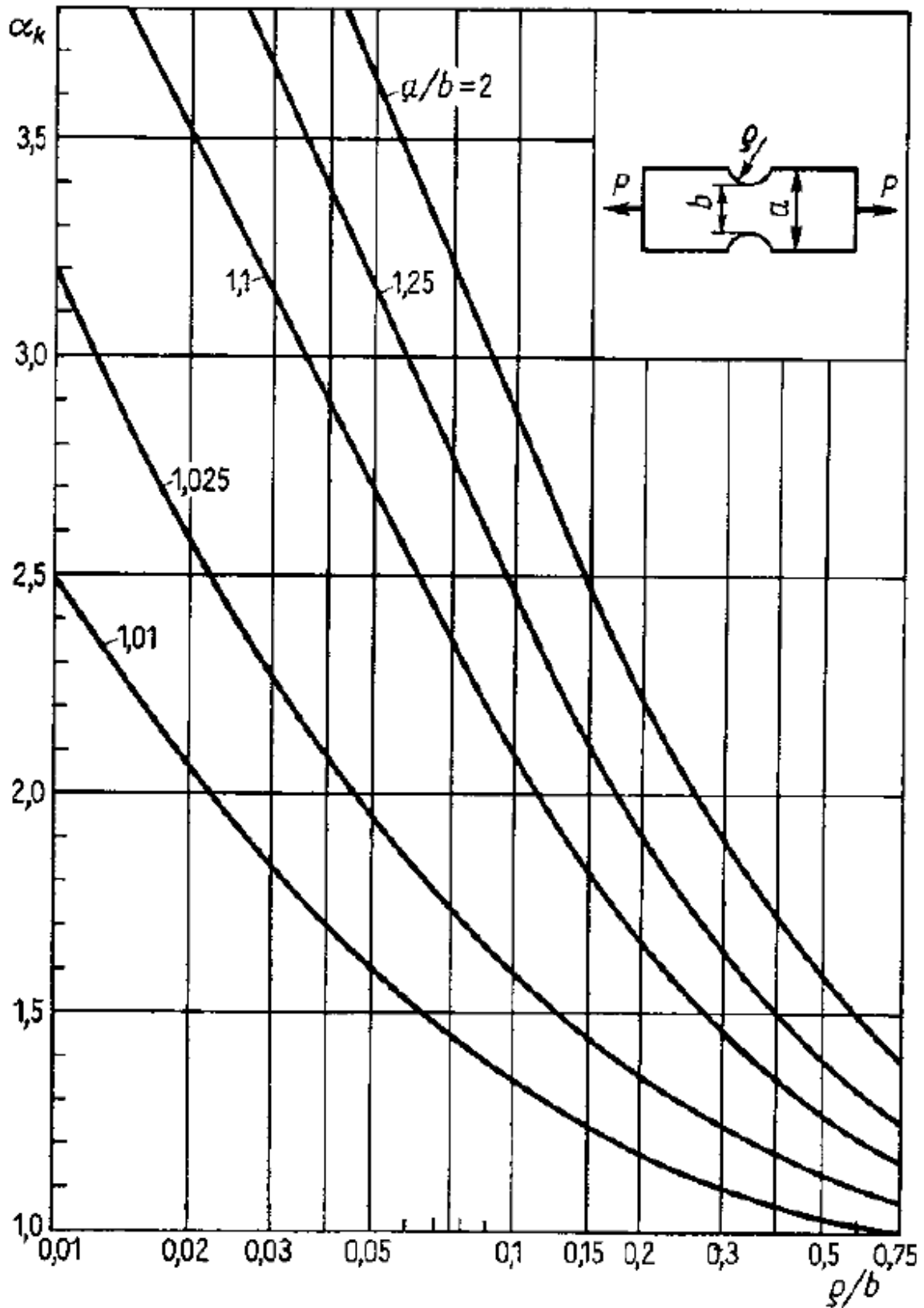
**I** = (liczba liter w imieniu)  
**N** = (liczba liter w nazwisku)

$P = (10000 + I \cdot 100) = \dots\dots\dots [N]$   
 $a = (100 + N) = \dots\dots\dots [mm]$   
 $r_1 = (100 + N) = \dots\dots\dots [mm]$   
 $r_2 = (50 + I) = \dots\dots\dots [mm]$   
 $M = 800 [mm]$   
 $h = 300 [mm]$   
 $\delta = 1 [mm]$  (grubość tarczy)  
 $E = 7 \cdot 10^4 [MPa]$   
 $\nu = 0.32$



	Elementy 8 węzłowe (PLANE183)			Elementy 4 węzłowe (PLANE182)		
	Siatka 1	Siatka 2	Siatka 3	Siatka 1	Siatka 2	Siatka 3
L. węzłów						
L. elementów						
$U_{Y_{max}}$						
$S_{Y_{max}^A}$						
$S_{Y_{max}^B}$						
$S_{X^A}$						
$S_{X^B}$						
$SEQV_{max}$						
$\alpha_{MES^A}$						
$\alpha_{MES^B}$						
$\sigma_M = P/(h \delta) =$	<b>Rysunki do raportu</b> → (należy je zapisać podczas pracy z programem)			1) siatka elem. 2) $U_Y(x,y)$ 3) $S_Y(x,y)$ 4) $S_X(x,y)$ 5) $SEQV(x,y)$ 6) wykres: $S_Y(s)$ , $S_X(s)$ , $SEQV(s)$		<b>Raport finalny:</b> 1) Wprowadzenie 2) Założenia do budowy modelu 3) Opis modelu ( <i>model solid, siatki, war. podparcia i obciążenia</i> ) 4) Przykładowe wyniki 5) Wyniki zebrane w tabeli 6) Omówienie wyników 7) Wnioski
$\alpha_T^A =$						
$\alpha_T^B =$						

**Wnioski:**



**Rys. 18.32.** Współczynnik kształtu  $\alpha_k$  przy rozciąganiu płaskiej próbki z dwustronnym karbem symetrycznym