

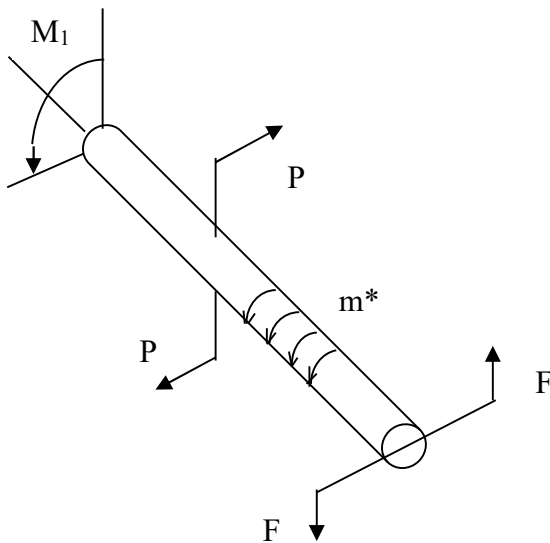
SKRĘCANIE

1. Wstęp teoretyczny .

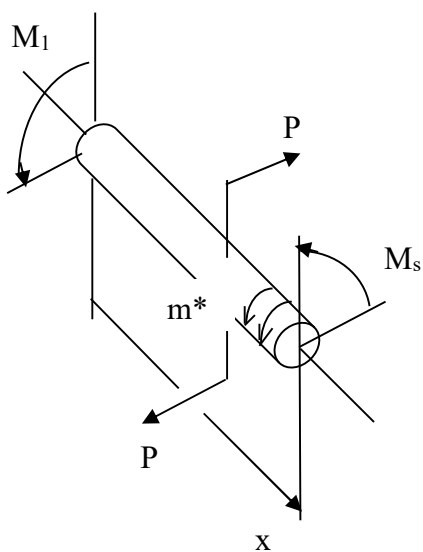
1.1. Zależności ogólne niezależne od typu profilu pręta skręcanego .

1.1.1. Obciążenia i siły wewnętrzne .

Pręt poddany jest wyłącznie skręcaniu w przypadku obciążenia go układem sił dających tylko niezerowy moment względem osi pręta przy braku momentów względem pozostałych dwóch osi i braku niezerowych sił na wszystkich trzech kierunkach w przestrzeni . Takie obciążenie daje w dowolnym przekroju myślowym tylko moment skręcający M_s (rys. 1) .



Rys. 1. Przykładowe obciążenie pręta skręcanego .



Rys. 2. Statyka części pręta po myślowym przecięciu .

1.1.2. Pole przemieszczeń .

W przypadku pręta o dowolnym przekroju przemieszczenie każdego punktu przekroju jest złożeniem dwóch ruchów to jest przemieszczenia w płaszczyźnie przekroju wynikającego ze sztywnego obrotu przekroju względem osi pręta oraz z przemieszczenia wzdłuż osi pręta . Ten drugi ruch związany jest z deplanacją .

1.1.3. Deformacja w pręcie skręcanym .

Deformacja pręta w przekroju opisana jest następującym prawem :

$$\Theta = \frac{M_s}{G I_s} \quad (1)$$

gdzie :

M_s – moment skręcający w przekroju (rys. 2) ,

Θ - względny (jednostkowy) kąt skręcenia ,

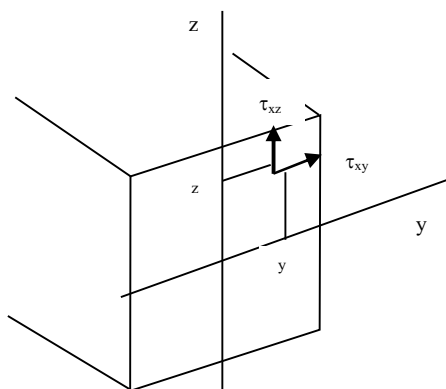
G - moduł Kirchhoffa ,

I_s - geometryczny wskaźnik przekroju – zależy od kształtu przekroju .

1.1.4. Rozkład naprężeń w przekroju .

W przekroju występują dwie składowe styczne τ_{xy} i τ_{xz} dające niezerowy moment skręcający M_s i zerowe wartości sił tnących T_y i T_z , co zapisuje się w postaci :

$$M_s = \int_A y \tau_{xz} dA - \int_A z \tau_{xy} dA \neq 0, \quad T_y = \int_A \tau_{xy} dA = 0, \quad T_z = \int_A \tau_{xz} dA = 0.$$

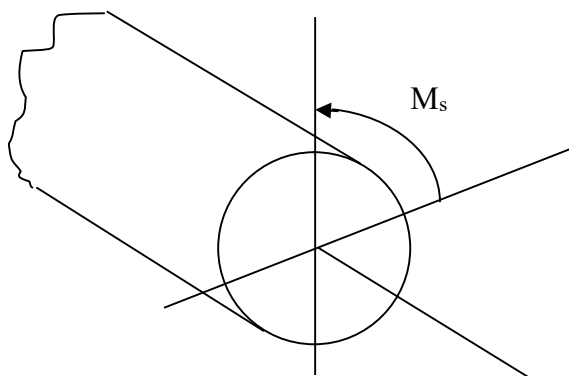


Rys. 3. Stan naprężenia w punkcie przekroju .

W obszarze Wytrzymałości Konstrukcji nie ma zamkniętego rozwiązania zadania skręcania pręta o dowolnym przekroju .

1.2. Pręt o przekroju kołowym lub pierścieniowym .

1.2.1. Moment skręcający w przekroju .



Rys. 4. Moment skręcający w przekroju .

1.2.2. Pole przemieszczeń .

Przekroje poprzeczne pręta pozostają po obciążeniu płaskie (nie występuje zjawisko deplanacji) i obracają się wokół osi środkowej pręta o kąt $\phi(x)$ jako powierzchnie nieodkształcalne . Obowiązuje hipoteza płaskich przekrojów. Brak zmiany wymiarów w przekroju oraz wzdłuż osi pręta ale zmiana tworzących powierzchni bocznej na linii śrubowe wskazuje , że w dowolnym punkcie panuje stan odkształcenia odpowiadający czystemu ścinaniu .

1.2.3. Deformacja w pręcie skręcanym.

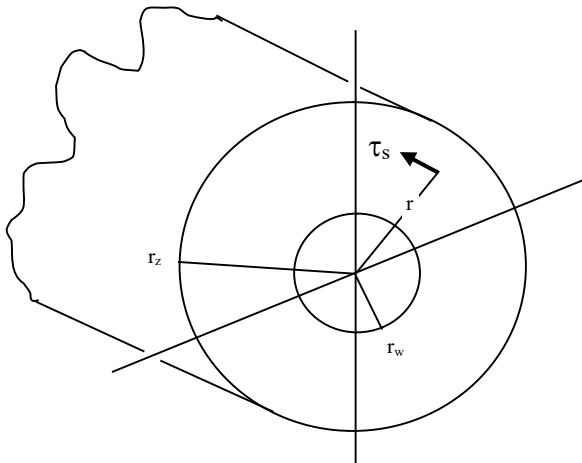
Deformacja pręta w przekroju opisana jest następującym prawem :

$$\Theta = \frac{M_s}{GI_o} \quad (2)$$

gdzie :

- M_s – moment skręcający w przekroju ,
- Θ - względny (jednostkowy) kąt skręcenia ,
- G - moduł Kirchhoffa ,
- I_o - biegunowy moment bezwładności .

1.2.4. Rozkład naprężeń w przekroju .



Rys. 5. Stan naprężenia w punkcie przekroju .

Stan naprężenia opisuje się w układzie walcowym jedną składową τ_{xt} oznaczaną jako τ_s . Z warunku równowagi wynika ścisły wzór opisujący rozkład naprężeń stycznych w przekroju :

$$\tau_s (r) = \frac{M_s}{I_o} r , \quad r \in (r_w , r_z) \quad (3)$$

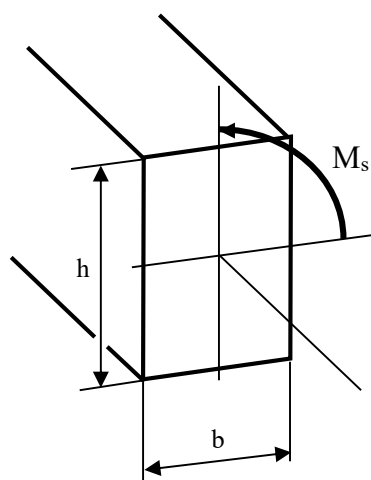
gdzie :

- M_s – moment skręcający w przekroju ,
- r - współrzędna promieniowa punktu w przekroju ,
- I_o - biegunowy moment bezwładności , który wyraża się wzorem :

$$I_o = 0.5\pi r_z^4 \left(1 - \left(\frac{r_w}{r_z}\right)^4\right) .$$

W szczególności $r_w = 0$ dla pręta o przekroju pełnym .

1.3. Pręt o przekroju prostokątnym .
 1.3.1. Moment skręcający w przekroju .



Rys. 6. Moment skręcający w przekroju .

1.3.2. Rozwiązanie analityczne pręta o takim profilu uzyskuje się w Teorii Sprężystości . Proste metody Wytrzymałości Konstrukcji nie umożliwiają rozwiązania w postaci zamkniętych wzorów . Hipoteza płaskich przekrojów nie obowiązuje .

Punktem wyjścia do rozwiązania są równania równowagi w uproszczonym stanie naprężenia :

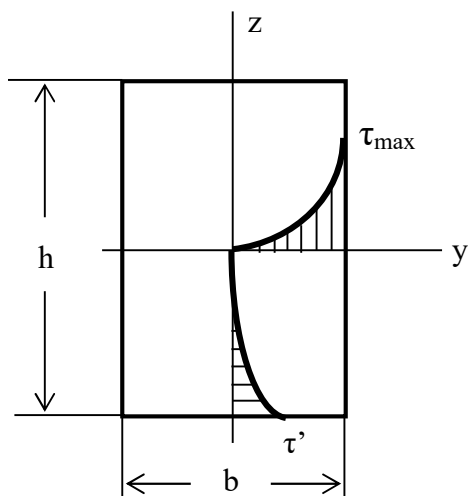
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 , \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 , \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0 .$$

Układ ten sprowadza się do równania różniczkowego cząstkowego rzędu drugiego typu Poissona :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = -2G\Theta , \quad \text{gdzie funkcję naprężeń } F \text{ wiąże się z naprężeniami } \tau_{xy} \text{ i } \tau_{xz}$$

następującymi wzorami : $\tau_{xy} = \frac{\partial F}{\partial z} , \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial F}{\partial y} .$

Rozwiązanie dostaje się spełniając warunki styczności τ do linii brzegowej przekroju. Poniższy rysunek przedstawia obraz naprężeń stycznych w przekroju .



Uwaga . dla $b < h$: $\tau' < \tau_{\max}$

Rys. 7. Obraz naprężeń stycznych na osiach symetrii przekroju prostokątnego .

1.3.3. W podręcznikach Wytrzymałości Konstrukcji znajduje się rozwiązanie omawianego problemu w postaci wzorów uniwersalnych dla dowolnego typu profili :

$$\Theta = \frac{M_s}{GI_s} , \quad \text{gdzie w przypadku prostokąta } I_s = k_1 b^3 h , \quad (4)$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_s}{W_s} , \quad \text{gdzie w przypadku prostokąta } W_s = k_2 b^2 h , \quad (5)$$

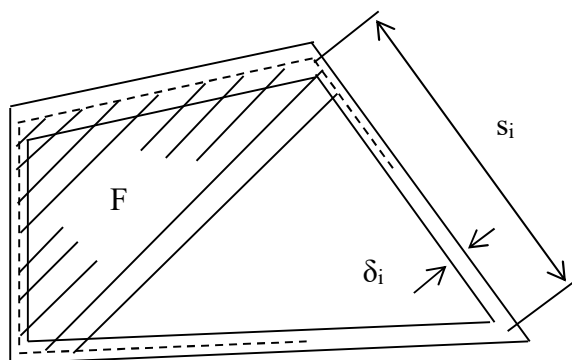
$$\tau' = k_3 \tau_{\max} . \quad (5a)$$

Wartości współczynników k_1 , k_2 i k_3 w zależności od stosunku długości boku dłuższego h do krótszego b odczytuje się z tabeli 1 :

Tabela 1.

h/b	k₁	k₂	k₃
1	0.141	0.208	1.0
1.5	0.196	0.231	0.858
2	0.229	0.246	0.796
3	0.263	0.267	0.753
6	0.298	0.299	0.743
.....
∞	0.333	0.333	0.743

1.4. Zamknięty jednoobwodowy pręt cienkościenny (rura cienkościenna) .
 Pręty te charakteryzują się dużą sztywnością na skręcanie i względnie małą masą .
 1.4.1. Geometria profilu i podstawowe założenia .



Rys. 8. Opis geometrii przekroju rury cienkościennej .

Zamknięty profil cienkościenny składa się z dowolnej liczby odcinków o wymiarach $s_i \times \delta_i$,
 gdzie $\delta_i \ll s_i$.

Przybliżone rozwiązanie skręcania uzyskuje się przyjmując następujące założenia :

- 1) w przekrojach poprzecznych występuje tylko naprężenie styczne τ_s ,
- 2) w każdym punkcie konturu naprężenie to jest stałe po grubości δ a kierunek jego jest styczny do linii środkowej konturu ,
- 3) wzdłuż konturu wartości τ_s są w ogólności zmienne .

Uwaga : z wyjątkiem cienkościennej rury kołowej dowolny profil deplanuje się przy obrocie .

1.4.2. Naprężenia w rurze cienkościennej .

Naprężenia styczne w przekroju skręcanej rury cienkościennej oblicza się z tzw. I wzoru Bredta :

$$\tau_s \cdot \delta = \frac{M_s}{2F} \quad (6)$$

Ze wzoru tego wynika że w dowolnym punkcie profilu iloczyn naprężenia i grubości zwany też wydatkiem naprężenia stycznego jest stały. Natomiast samo naprężenie przyjmuje maksymalną wartość w tym punkcie profilu gdzie grubość jest najmniejsza . Zatem

$$\tau_s^{\max} = \frac{M_s}{2F\delta_{\min}} \quad , \quad (6a)$$

co można sprowadzić do postaci ogólnej :

$$\tau_s^{\max} = \frac{M_s}{W_s} \quad , \quad \text{gdzie } W_s = 2F\delta_{\min} \quad . \quad (6b)$$

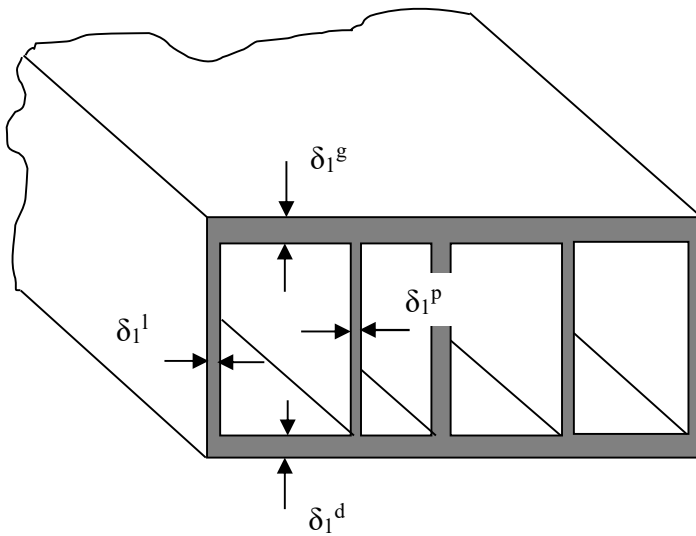
1.4.3. Deformacja w przekroju rury cienkościennej .

Również w tym przypadku stosuje się uniwersalną zależność względnego kąta skręcenia Θ od momentu skręcającego M_s i sztywności skrętnej GI_s czyli :

$$\Theta = \frac{M_s}{GI_s} , \quad \text{gdzie } I_s = \frac{4F^2}{\oint \frac{ds}{\delta}} . \quad (7)$$

Tym razem zależność ta nosi nazwę drugiego wzoru Bredta.

1.5. Wieloobwodowa rura cienkościenna .



Rys. 9. Opis geometrii przekroju rury cienkościennej .

1.5.1. Ścianki poprzednio omawianych jednoobwodowych rur cienkościennych z racji swoich wymiarów są podatne na wyboczenie lokalne. Z tego względu stosuje się przegrody wzdłuż pręta i ustrój staje się rurą wieloobwodową. Zmiana ta nie wpływa w znaczącym stopniu na wytrzymałość i sztywność skrętną.

1.5.2. W rozwiązaniu korzysta się z teorii Bredta. Zakłada się , że każdy segment podlega takiemu samemu skręceniu a całkowity moment skręcający w przekroju jest sumą momentów odniesionych do poszczególnych segmentów :

$$\Theta_1 = \Theta_2 = \dots = \Theta_n \text{ (ozn. } \Theta \text{)}$$

$$M_s = M_{s1} + M_{s2} + \dots + M_{sn}$$

Szczegółową postać powyższych zależności dostaje się za pomocą następującego związku wynikającego z teorii Bredta :

$$\Theta = \frac{1}{2GF} \oint \frac{q}{\delta} ds$$

Ostatecznie do rozwiązania zadania rury wieloobwodowej służą następujące równania :

$$\frac{1}{2GF_1} \oint \frac{ds_1}{\delta_1} q = \frac{1}{2GF_2} \oint \frac{ds_2}{\delta_2} q \quad (= \Theta)$$

$$\frac{1}{2GF_1} \oint \frac{ds_1}{\delta_1} q = \frac{1}{2GF_3} \oint \frac{ds_3}{\delta_3} q \quad (= \Theta)$$

(8a)

.....

$$\frac{1}{2GF_1} \oint \frac{ds_1}{\delta_1} q = \frac{1}{2GF_n} \oint \frac{ds_n}{\delta_n} q \quad (= \Theta)$$

oraz równanie :

$$2q_1F_1 + 2q_2F_2 + \dots + 2q_nF_n = M_s \quad (8b)$$

W układzie $n+1$ równań niewiadomymi są wydatki q_i ($i = 1, 2, \dots, n$) oraz Θ .

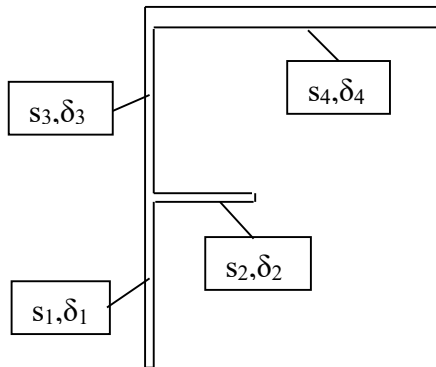
Uwaga . Ponieważ w wewnętrznych przegrodach wydatki z sąsiednich segmentów się sumują, całąkę postaci

$\oint \frac{ds_i}{\delta} q$ liczy się ze wzoru szczegółowego :

$$\oint \frac{ds_i}{\delta} q = \frac{s_i^g}{\delta_i^g} q_i + \frac{s_i^d}{\delta_i^d} q_i + \frac{s_i^l}{\delta_i^l} (q_i - q_{i-1}) + \frac{s_i^p}{\delta_i^p} (q_i - q_{i+1}) .$$

1.6. Skręcanie swobodne prętów cienkościennych otwartych.

1.6.1. Geometria profilu i podstawowe założenia .



Rys. 10. Geometria profilu .

Przybliżone rozwiązanie zadania skręcania swobodnego pręta cienkościennego o profilu otwartym wyprowadza się z założenia , że każdy fragment przekroju o wymiarach $s_i \times \delta_i$ pracuje jak profil wydłużonego prostokąta .

Zatem obowiązują wzory :

$$\tau_s^{\max} = \frac{3M_{s_i}}{s_i \delta_i^2} \quad \text{i} \quad \Theta = \frac{3M_{s_i}}{G s_i \delta_i^3} \quad \text{dla każdego takiego fragmentu . Dalej stosuje się}$$

zależności identyczne jak dla rur wieloobwodowych :

$$\Theta_1 = \Theta_2 = \dots = \Theta_n \quad (\text{ozn. } \Theta)$$

i

$$M_s = M_{s_1} + M_{s_2} + \dots + M_{s_n} .$$

Układ równań dla Θ_i można zapisać następująco :

$$\frac{3M_{s_1}}{G s_1 \delta_1^3} = \frac{3M_{s_2}}{G s_2 \delta_2^3} = \dots = \frac{3M_{s_n}}{G s_n \delta_n^3} = \Theta$$

Stąd wynikają wzory : $M_{s_i} = \frac{1}{3} G s_i \delta_i^3 \Theta$ dla $i = 1, 2, \dots, n$, które po podstawieniu do wzoru na M_s dają zależność ogólną :

$$\Theta = \frac{M_s}{G I_s} , \quad \text{gdzie } I_s = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3 . \quad (9)$$

Podstawiając Θ do wzoru na M_{s_i} dostajemy :

$$M_{s_i} = \frac{1}{3} G s_i \delta_i^3 \cdot \frac{3M_s}{G \sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3} = M_s \cdot \frac{s_i \delta_i^3}{\sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3} .$$

Teraz łatwo wyprowadzić wzór na maksymalne naprężenia styczne we fragmencie „i” :

$$\tau_s^{\max}_i = \frac{3M_{s_i}}{s_i \delta_i^2} = \frac{3}{s_i \delta_i^2} M_s \cdot \frac{s_i \delta_i^3}{\sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3} .$$

$$\text{Ostatecznie : } \tau_s^{\max}_i = 3 M_s \cdot \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3} . \quad (10)$$

Uwaga. Największe naprężenia styczne pojawiają się w gałęzi o największej grubości δ_{\max} :

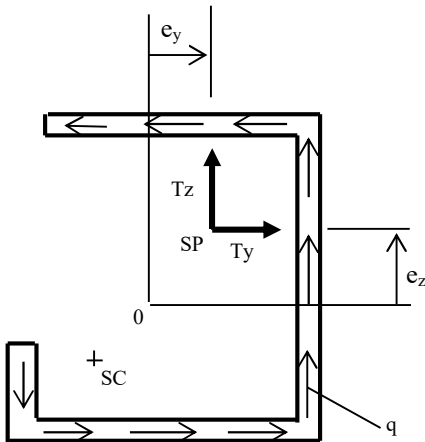
$$\tau_s^{\max}_{\max} = 3 M_s \cdot \frac{\delta_{\max}}{\sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3} , \text{ co w skrócie można ująć wzorem ogólnym :}$$

$$\tau_s^{\max}_{\max} = \frac{M_s}{W_s} , \text{ gdzie } W_s = \frac{\sum_{i=1}^n s_i \delta_i^3}{3\delta_{\max}} .$$

1.7. Bezskręceniowe przeniesienie siły poprzecznej w cienkościennych profilach otwartych .

Środek sił poprzecznych (SP).

1.7.1. Geometria i założenia .



Rys. 11. Oznaczenia .

Założono taki rozkład wydatków stycznych q_s , który odpowiada zginaniu pręta bez skręcania . Wtedy podobnie jak dla przekroju zwartego :

$$\sigma_x = -\frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y \quad .$$

Ponieważ $T_z = \frac{dM_y}{dx}$ i $T_y = \frac{dM_z}{dx}$ wzór na wydatek można sprowadzić do postaci :

$$q_s = \frac{T_z \cdot S_y^s}{I_y} + \frac{T_y \cdot S_z^s}{I_z} \quad , \quad \text{gdzie} \quad S_y^s = \int_0^{s_c} z \delta ds \quad \text{i} \quad S_z^s = \int_0^{s_c} y \delta ds \quad .$$

Opisana powyżej funkcja wydatku q_s spełnia następujące warunki równoważności :

$$T_z = \int_0^{s_c} q_{sz} ds \quad , \quad T_y = \int_0^{s_c} q_{sy} ds \quad \text{i} \quad \int_0^{s_c} q_s \rho ds = -T_y e_z + T_z e_y \quad , \quad \text{gdzie ostatnia całka jest}$$

wypadkowym momentem od wydatku q_s względem dowolnie obranego punktu 0 .

Ostatni warunek musi być spełniony dla dowolnych wartości T_z i T_y , skąd wynikają ostateczne wzory określające położenie siły poprzecznej przenoszonej bezskręceniowo :

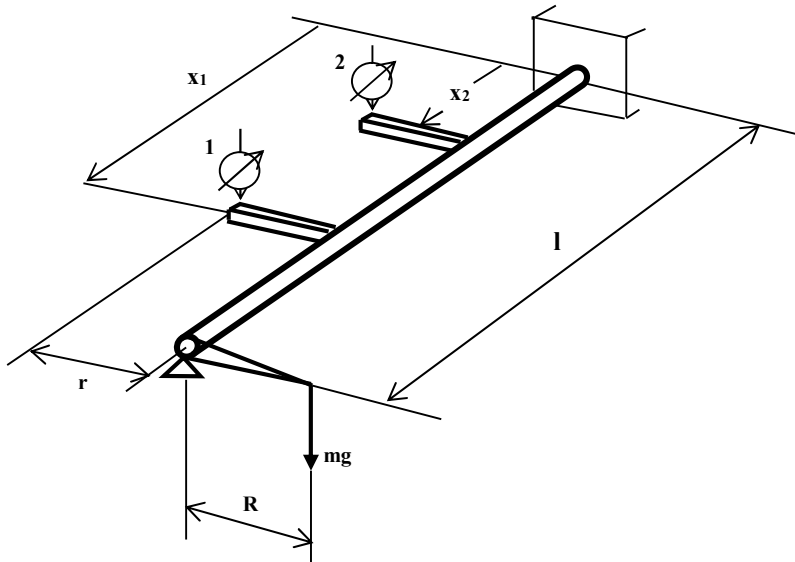
$$e_y = \frac{1}{I_y} \int_0^{s_c} S_y^s \rho ds \quad \text{i} \quad e_z = \frac{-1}{I_z} \int_0^{s_c} S_z^s \rho ds \quad (12)$$

2. Wykonanie ćwiczenia.

2.1. Skręcanie pręta stalowego o przekroju zwartym kołowym lub kwadratowym .

2.1.1. Schemat statyczny .

Stanowisko do badania pręta pokazano schematycznie na rysunku poniżej .



Rys. 12. Stanowisko do badania pręta .

2.1.2. Przeprowadzenie pomiarów .

Dzięki zastosowanym więzom podczas obciążania szalki kolejnymi odważnikami o masie m realizuje się tylko skręcanie . Pomiary f_1 i f_2 służące do wyznaczenia obrotu prowadzi się za pomocą czujników zegarowych w dwóch dowolnie ustawianych przekrojach 1 i 2 . Odległości x_1 i x_2 oraz wszelkie dane geometryczne konieczne do opracowania wyników mierzy się na stanowisku .

Do zapisania podstawowych wyników służy poniższa tabela :

Tabela 2.

l.p.	m	f_1	f_2	φ_1	φ_2	$\Delta\varphi$	Θ	M_s
	kg	mm	mm	rad	rad	rad	rad/m	Nm
0								
1								
2								
3								
4								
5								

W tabeli przyjęto następujące oznaczenia :

$$\varphi_1 = f_1/r \quad , \quad \varphi_2 = f_2/r \quad , \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad , \quad \Theta = \Delta\varphi/(x_1-x_2) \quad , \quad M_s = mgR \quad .$$

2.1.3. Opracowanie wyników .

Wstępnie opracowane wyniki pomiarów posłużą do wykonania następujących punktów sprawozdania :

2.1.3.1. Sporządzenie wykresu $M_s(\Theta)$ w przekroju na podstawie pomiarów .

2.1.3.2. Wyznaczenie doświadczalnej wartości modułu sprężystości postaciowej G posługując się wykresem z p. 1.1 i wzorem :

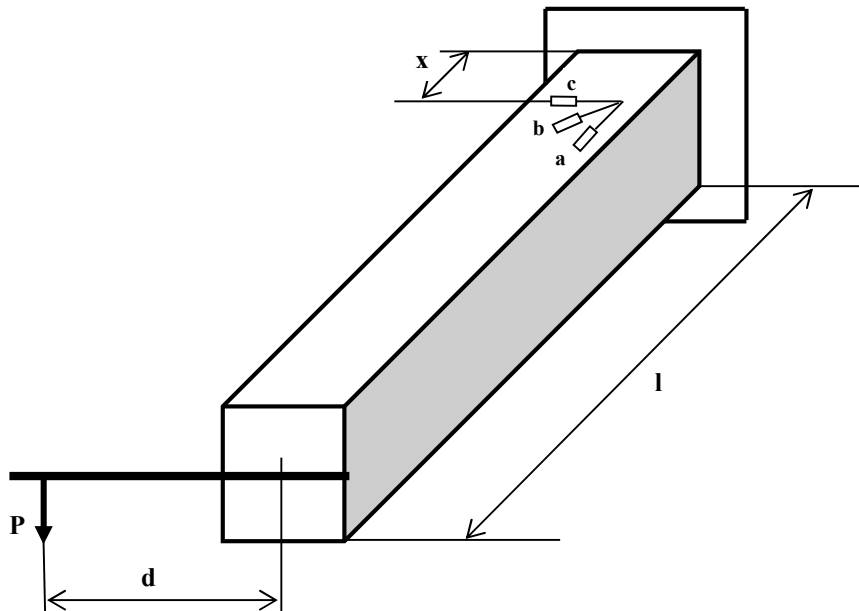
$$G = \Delta M_s / (\Delta \Theta \cdot J_o) \quad , (J_o \text{ dla przekroju kołowego} , J_s \text{ dla przekroju kwadratowego}) .$$

2.1.3.3. Sporządzenie teoretycznego wykresu $\varphi(x)$ dla wskazanego obciążenia mg i zaznaczenie na tle wykresu dwóch wartości φ_1 i φ_2 z pomiarów. Obliczenie błędu względnego w tych przekrojach .

2.2. Skręcanie cienkościennego pręta zamkniętego .

2.2.1. Schemat pręta .

Schemat pręta o przekroju kwadratowym $a \times a$ wykonanego z blachy duralowej o grubości δ wraz z obciążeniem i warunkami brzegowymi pokazano na rysunku poniżej .



Rys. 13. Stanowisko do badania rury cienkościennej .

Jak wynika ze schematu statycznego pręt pracuje w złożonym stanie skręcania i zginania . Obciążenie P przykładane jest na ramieniu d względem osi pręta . Długość ramienia w trakcie ćwiczenia może się zmieniać. Na górnej powierzchni naklejono rozetkę tensometryczną . Trzy wartości zmierzonych odkształceń liniowych w punkcie pomiarowym służą do wyznaczenia składowych stanu odkształcenia leżących w płaszczyźnie blachy a następnie składowych płaskiego stanu naprężenia na podstawie prawa Hooke'a . Wszelkie dane geometryczne konieczne do opracowania wyników mierzy się na stanowisku .

2.2.2. Przeprowadzenie pomiarów .

W celu uzyskania wyników odpowiadających czystemu skręcaniu dla zadanej siły P pomiary należy wykonać dla dwóch położenia szalki z odważnikami : po pierwsze ramię d jest możliwie maksymalne na listwie pośredniej, po drugie $d = 0$, tzn. siła P powoduje tylko zginanie pręta .

Wyniki z pomiarów tensometrycznych dla zadanej wartości siły P zapisuje się w tabeli 3 :

1	2	3	4
tensometr	$\varepsilon_{(s+z)}$	$\varepsilon_{(z)}$	$\varepsilon_{(s)}$
a			
b			
c			

W kolumnie 2 i 3 należy wstawić wyniki odczytane z pomiarów a w kolumnie 4 różnice wartości z kolumn 2 i 3 . Tak obliczone odkształcenia $\varepsilon_{(s)}$ można uważać za pochodzące od czystego skręcania .

2.2.3. Opracowanie wyników .

2.2.3.1. Zadanie podstawowe .

- wyznaczenie składowych stanu odkształcenia w punkcie pomiarowym biorąc wartości pomiarowe z czwartej kolumny tabeli wyników (sugeruje się szkic koła Mohra) ,
- wyznaczenie płaskiego stanu naprężenia na podstawie punktu a) i prawa Hooke'a ,
- obliczenie teoretycznych naprężeń od skręcania z pierwszego wzoru Bredta .
- porównanie wyników doświadczalnych z teoretycznymi . Ocena na ile wyznaczony doświadczalnie płaski stan naprężenia odpowiada stanowi czystego ścinania .

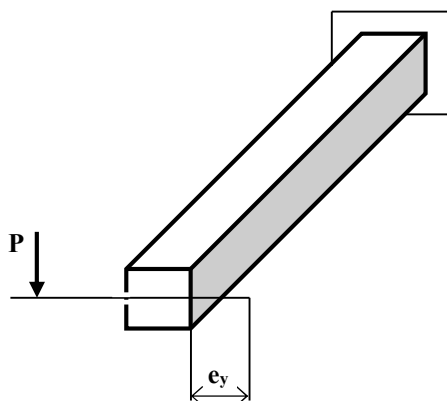
2.2.3.2. Zadanie dodatkowe - analiza złożonego płaskiego stanu naprężenia od skręcania i zginania .

- wyznaczenie składowych stanu odkształcenia na płaszczyźnie poszycia w punkcie pomiarowym biorąc wartości pomiarowe z drugiej kolumny tabeli wyników (sugeruje się szkic koła Mohra) ,
- wyznaczenie płaskiego stanu naprężenia na podstawie punktu a) i prawa Hooke'a ,
- obliczenie teoretycznych naprężeń od skręcania i zginania .
- porównanie wyników doświadczalnych z teoretycznymi .

2.3. Wyznaczanie położenia środka sił poprzecznych (SP) metodą czujnikową .

2.3.1. Schemat statyczny pręta .

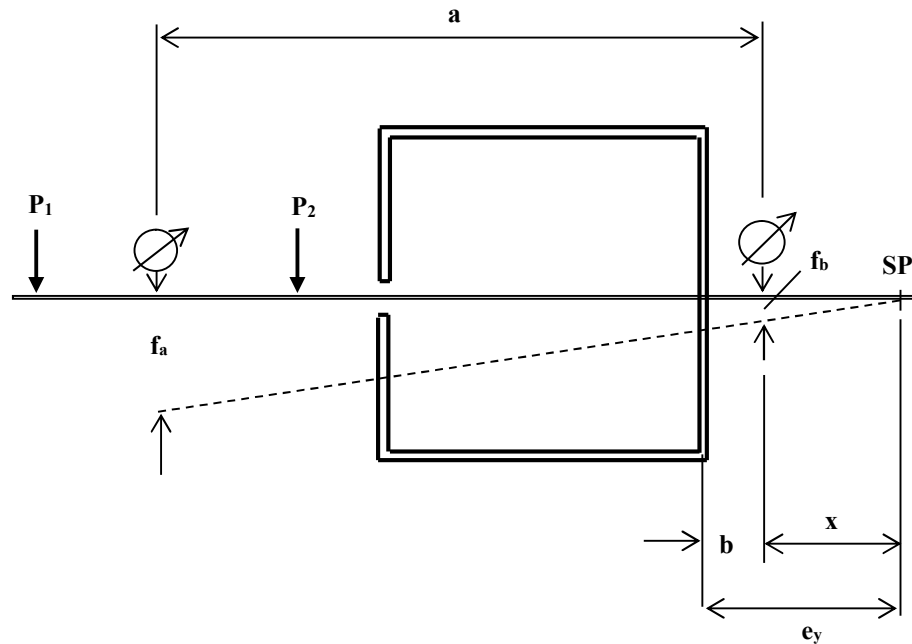
W ćwiczeniu bada się cienkościenny profil otwarty z jedną osią symetrii. Zatem wyznacza się tylko jedną współrzędną położenia SP czyli e_y . Rysunek poniżej przedstawia schemat statyczny pręta .



Rys. 14. Schemat obciążenia pręta cienkościennego o otwartym profilu .

2.3.2. Przeprowadzenie pomiarów .

Miejsca obciążania pręta i odczytywania wyników pokazano na kolejnym rysunku .



Rys. 15. Obraz cienkościennego profilu otwartego – oznaczenia .

Linia przerywana przedstawia obrót przekroju wokół SP , co ma miejsce w przypadku , gdy $P_2 = -P_1$ (pręt obciążony parą sił) . Odpowiednie przemieszczenia pod czujnikami zegarowymi oznaczono symbolami f_a i f_b . Wielkości te można uzyskać pośrednio , stosując następujący algorytm .

2.3.2.1. Zawieszenie dowolnego ciężarka P na szalce w dowolnie obranym punkcie 1 i pomiar przemieszczeń f_a^1 i f_b^1 .

2.3.2.2. Zawieszenie takiego samego ciężarka P na szalce w dowolnie obranym punkcie 2 i pomiar przemieszczeń f_a^2 i f_b^2 .

2.3.3. Opracowanie wyników .

2.3.3.1. Wyznaczenie przemieszczeń f_a i f_b ze wzorów :

$$f_a = f_a^1 - f_a^2 \text{ oraz } f_b = f_b^1 - f_b^2 .$$

2.3.3.2. Wyznaczenie wartości e_y jako odległości od SP do bliższego czujnika zegarowego ze wzoru :

$$x = f_b \cdot a / (f_a - f_b) \text{ i ostatecznie } e_y = b + x .$$

2.3.3.3. Porównanie wartości doświadczalnej e_y z teoretyczną i omówienie przyczyn błędów .