ANALIZA PŁASKIEGO STANU NAPRĘŻENIA W USTROJACH TARCZOWYCH

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Model tarczy

Tarczą nazywa się płaski ustrój o dowolnym kształcie brzegu i stałej grubości znacznie mniejszej od pozostałych dwóch wymiarów gabarytowych. Obciążenie działa wyłącznie w płaszczyźnie tarczy.

1.2 Założenia upraszczające

W analizie ustrojów tarczowych zakłada się:

- płaski stan naprężenia,
- stałość naprężeń wzdłuż grubości w każdym punkcie.

1.3 Rozwiązanie zadania tarczy

W metodzie analitycznej rozwiązuje się równanie biharmoniczne:

$$\Delta^2\Phi = 0, \tag{1}$$

gdzie:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2},\ \sigma_y = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2},\ \tau_{xy} = -\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}. \tag{2}$$

Zadając odpowiednie warunki brzegowe można wyznaczyć stan naprężenia w tarczy. Metoda analityczna ogranicza się tylko do bardzo szczególnych przypadków z bardzo prostym kształtem konturu tarczy.

Rozwiązanie numeryczne dowolnej tarczy, na przykład metodą elementów skończonych, nie nastręcza żadnych trudności.

1.4 Związki między odkształceniami, a naprężeniami w tarczy

Z ogólnej postaci prawa Hooke'a wynikają następujące wzory określające niezerowe składowe odkształceń w płaskim stanie naprężenia:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y),\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x),\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G},\ \text{oraz}\ \varepsilon_z = -\nu\frac{\sigma_x+\sigma_y}{E}. \tag{3}$$

Zależności odwrotne mają następującą postać:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y),\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x),\ \tau_{xy} = G\cdot\gamma_{xy}. \tag{4}$$

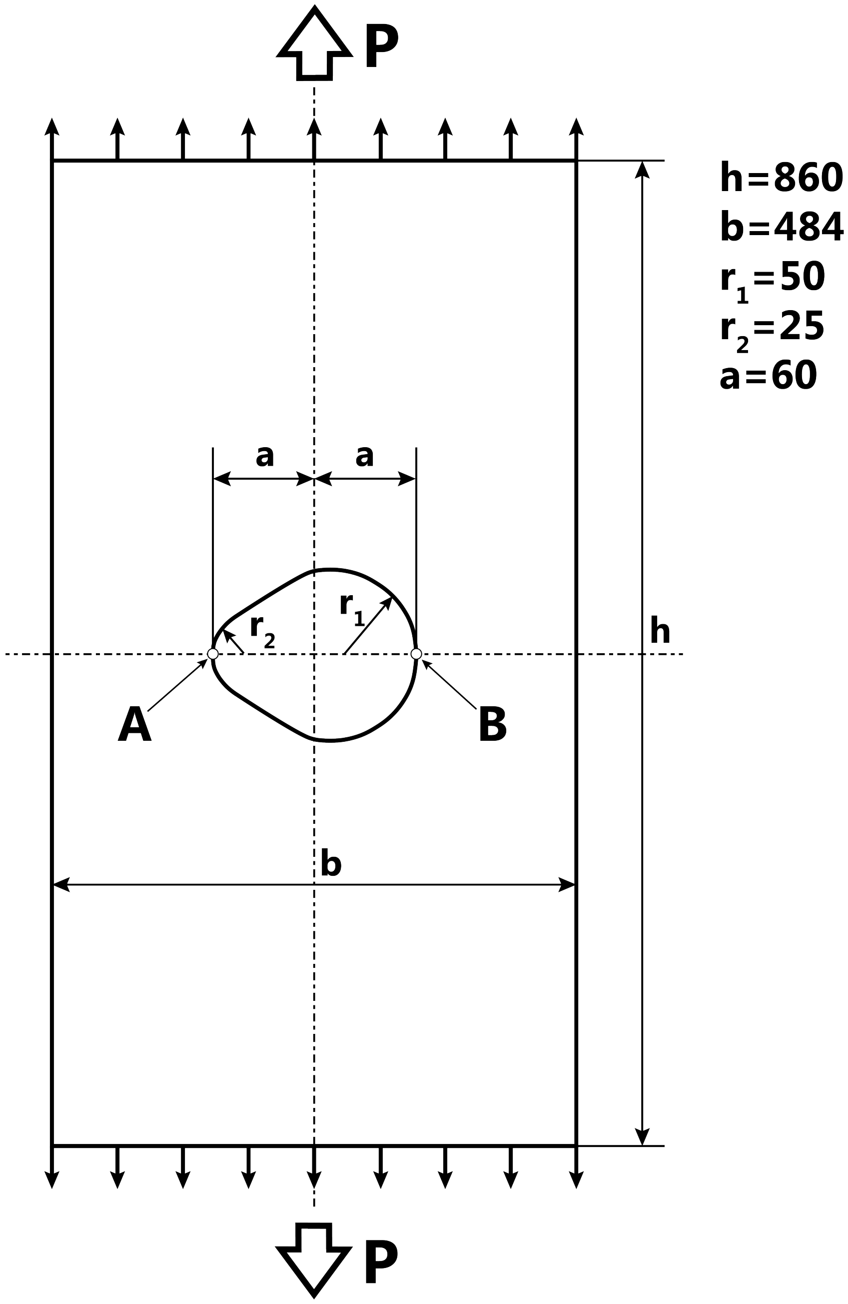
W powyższych: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$.

2 Wykonanie ćwiczenia

2.1 Opis badanej tarczy

Odpowiednim obiektem do prowadzenia badań tensometrycznych w szerokim zakresie jest rozciągana tarcza prostokątna z dwoma karbami o różnych promieniach, a tych samych głębokościach. Konieczne wymiary podano na rysunku poniżej.

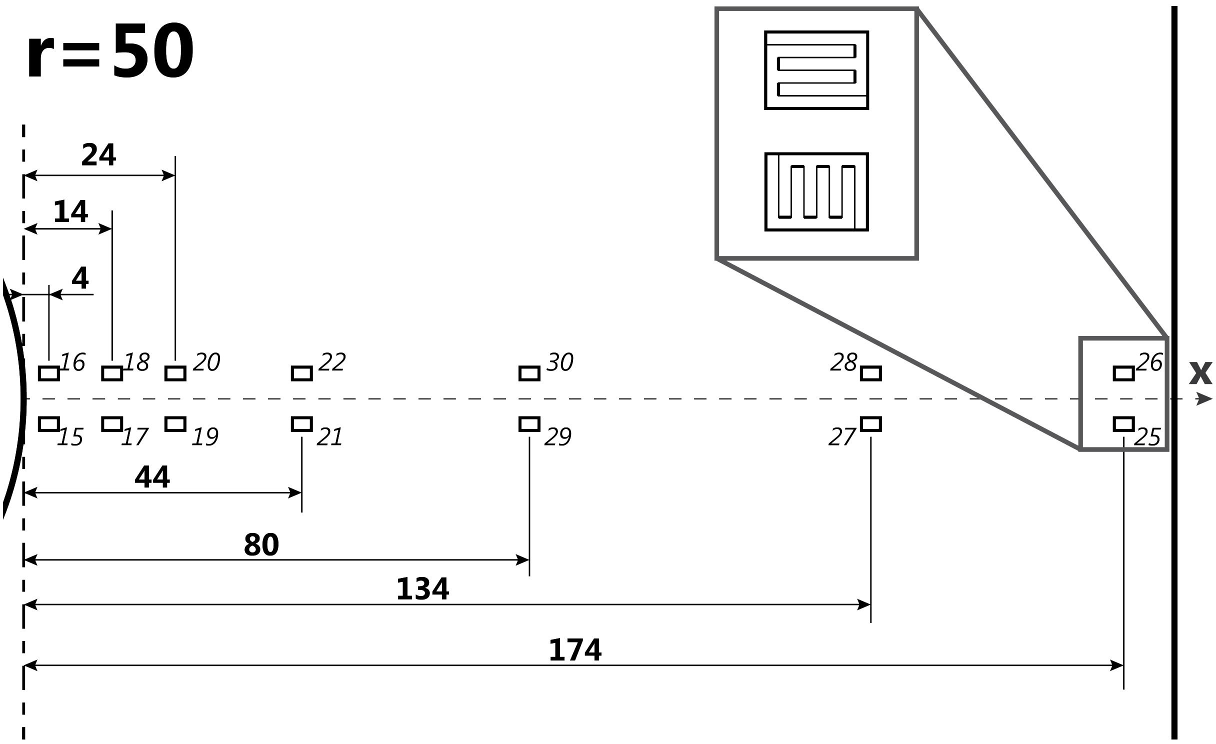
Obciążenie zaznaczono za pomocą wypadkowych. Na stanowisku, dzięki zastosowaniu elementów pośrednich, obciążenie krawędzi ruchomej i nieruchomej można uważać za równomiernie rozłożone. Tarczę wykonano z blachy duralowej o **grubości** $3mm$, **module Younga** 70000 MPa i **liczbie Poisson'a** 0.34 .



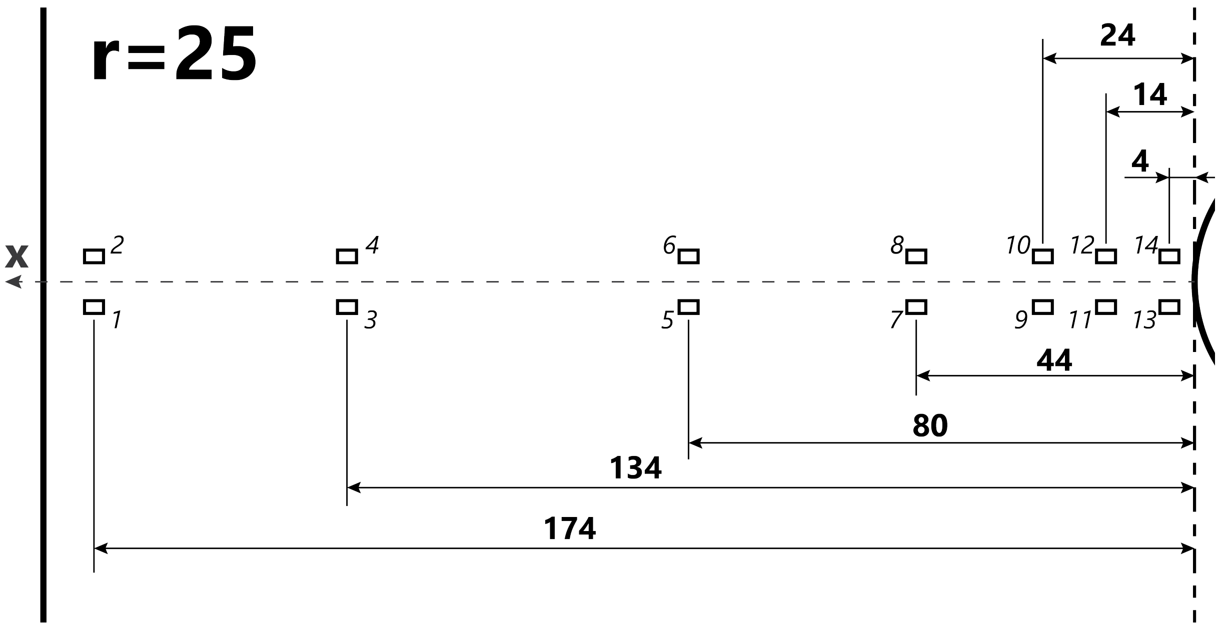
Rysunek 1: Schemat i wymiary tarczy wykorzystanej w ćwiczeniu.

2.2 Otensometrowanie tarczy

Otensometrowanie tarczy przedstawiają kolejne rysunki.



Rysunek 2: Mapa tensometrów z prawej strony tarczy.



Rysunek 3: Mapa tensometrów z lewej strony tarczy.

Tensometry zostały naklejone w dwóch rzędach: powyżej oraz poniżej linii łączącej dna karbów, czyli osi x. Na rysunku 2 zaznaczono schematycznie ułożenie tensometrów. Tensometry mierzące poziomą składową odkształcenia tarczy naklejono powyżej osi x, natomiast rząd tensometrów pod osią mierzy składową pionową.

2.3 Wykonanie ćwiczenia

Pomiary tensometryczne wykonuje się dla zadanych wartości obciążenia. Na stanowisku znajduje się instrukcja obsługi urządzenia obciążającego (tzw. wagi), lista oraz instrukcja obsługi mostka używanego na stanowisku. Wyniki pomiarów zapisuje się w poniższej tabeli:

TENSOMETRIA - TABELA WYNIKÓW

Data: .... Grupa: .... Zespół: .... Prowadzący: ....

Numer tensometru / kanału	Współrzędna x odległości od karbu $[mm]$	Odczyt bazowy e_0 dla P_0 =..........	Odczyt główny e_1 dla P_1 =..........	Odkształcenie ε $\varepsilon = e_1 - e_0$
1	174			
2	174			
3	134			
4	134			
5	80			
6	80			
7	44			
8	44			
9	24			
10	24			
11	14			
12	14			
13	4			
14	4			
15	4			
16	4			
17	14			
18	14			
19	24			
20	24			
21	44			
22	44			
25	174			
26	174			
27	134			
28	134			
29	80			
30	80			

2.4 Zadania do wykonania

1. Wyznaczyć i wykonać wykres ε_x wzdłuż osi x na odcinkach pomiędzy dnami karbów, a krawędziami bocznymi tarczy. Zastosować metodę aproksymacji i ekstrapolować wykres do końców przedziału.

2. Wyznaczyć i wykonać wykres ε_y wzdłuż osi x na odcinkach pomiędzy dnami karbów, a krawędziami bocznymi tarczy. Zastosować metodę aproksymacji i ekstrapolować wykres do końców przedziału.

3. Wyznaczyć i wykonać wykres σ_x wzdłuż osi x. Szereg wartości ε_x i ε_y odczytać dla dowolnych odciętych „x” z wygładzonych wykresów, a nie bezpośrednio z pomiarów.

4. Wyznaczyć i wykonać wykres σ_y wzdłuż osi x. Szereg wartości ε_x i ε_y wykorzystać ten sam co w punkcie 3.

5. Obliczyć na podstawie wykresu z punktu 4 wartości współczynników koncentracji naprężeń w karbach a) A i b) B ze wzoru:

$$k = \frac{\sigma_y(0)}{\sigma_{nom}}, \quad \text{gdzie} \quad \sigma_{nom} = \frac{P}{(b-2a)\delta}\ , \tag{5}$$

   i porównać je z wartościami odczytanymi z wykresów dostępnych na stanowisku.