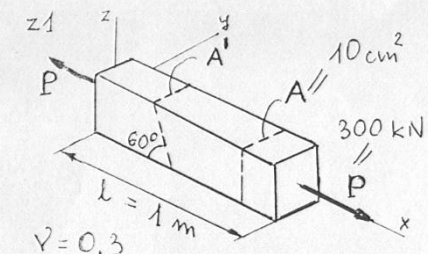


**STANY NAPRĘŻENIA, ODKSZTAŁCENIA, PRAWO HOOK'A, HIPOTEZY WYTRZYMAŁOŚCIOWE**

1

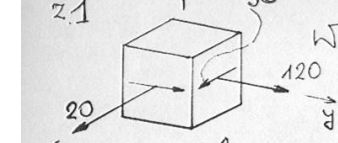


$z_1$   
 $z$   
 $y$   
 $A = 10 \text{ cm}^2$   
 $300 \text{ kN}$   
 $60^\circ$   
 $l = 1 \text{ m}$   
 $P$   
 $x$

Pokazany na rys. pręt o długości  $l$  i przekroju poprzecznym  $A$  obciążono parą sił osiowych  $P$ .  
 $\nu = 0,3$   
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

Wyznaczyć stan odkształcenia w układzie  $xyz$ . Obliczyć zmianę: długości  $dl$ , przekroju  $\Delta A$  i objętości  $\Delta V$  pręta. Obliczyć i narysować składowe naprężenia w przekroju  $A'$ .  
 Jak nakleić tensometr na ścianie bocznej pręta, aby wskazanie jego równało się zero?

2

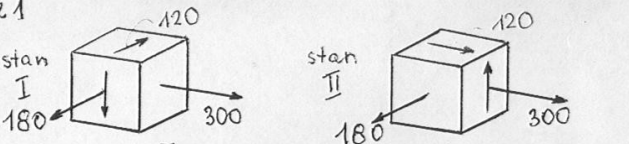


$z_1$   
 $z$   
 $120$   
 $30$   
 $20$   
 $y$   
 $x$

W pewnym punkcie ustroju wyznaczono pTascki stan naprężenia  
 $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,34$ , jak na rysunku

- Wyznaczyć naprężenia gTówne i kierunki gTówne - wyniki pokazać na kostce elem.
- Obliczyć  $\sigma_{red}$  wg hipotez a)  $\tau_{max}$ , b) Hubera
- Wyznaczyć składowe stanu odkształcenia w niegTównym układzie  $x y z$ .
- Czy w pTasce w układzie  $xy$  istnieje taki kierunek, na którym naklejony tensometr, pokaze wartość zero? Jeśli tak, określić jego położenie.

3

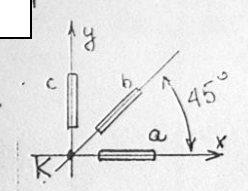


$z_1$   
 stan I  
 $120$   
 $180$   
 $300$   
 $x$   
 $y$   
 stan II  
 $120$   
 $180$   
 $300$   
 $x$   
 $y$

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $R_e = 370 \text{ MPa}$

Przyjmując hipotezę  $\tau_{max}$  obliczyć naprężenia zredukowane dla stanów I i II.  
 Sprawdzić, czy w każdym z nich wystąpi uplastycznienie materiału. Obliczyć stany odkształcenia z prawa Hooke'a, jeśli materiał pracuje w zakresie sprężystym.

4



$y$   
 $z$   
 $45^\circ$   
 $x$   
 K  
 a  
 b  
 c

W pewnym punkcie powierzchni ustroju K naklejono rozetkę tensometryczną. Po obciążeniu odczytano następujące wskazania tensometrów:  
 $\epsilon_a = 1\text{‰}$ ,  $\epsilon_b = 0,94\text{‰}$ ,  $\epsilon_c = 0,42\text{‰}$ . Wyznaczyć:

- stan odkształcenia względem  $xy$ ,
- stan naprężenia względem  $xy$  ( $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,34$ )
- naprężenia gTówne i kierunki gTówne (zaznaczyć na rysunku)
- naprężenia zredukowane wg hipotezy  $\tau_{max}$ .

Przykładowe zadania na I część egzaminu z Wytrzymałości Konstrukcji 1

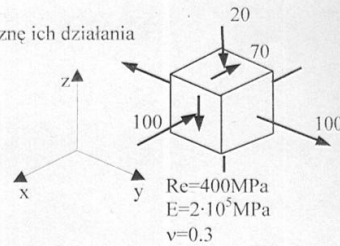
5

1. Dla trójwymiarowego stanu naprężenia pokazanego na rysunku wyznaczyć:

- kierunki i wartości główne naprężeń
- wartość maksymalnych naprężeń tnących i płaszczyznę ich działania
- współczynnik bezpieczeństwa  $n_e$
- względną zmianę objętości  $\Delta V/V$

W rozwiązaniu posłużyć się kołami Mohra.  
Uzyskane wyniki pokazać graficznie.

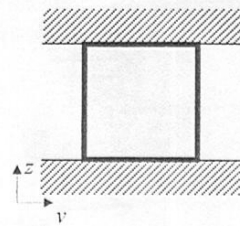
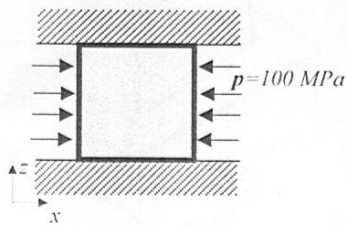
Uwaga: Wartości bezwzględne naprężeń podano w MPa.  
Uwzględnić znaki naprężeń pokazane na rysunku.



6

Duralową kostkę umieszczono pomiędzy nieodkształcalnymi szczękami odbierającymi swobodę odkształceń na kierunku z. Wyznaczyć:

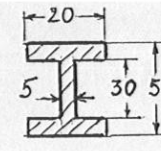
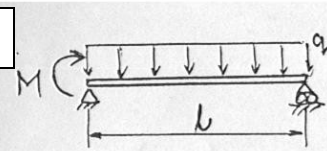
- względną zmianę objętości kostki  $\Delta V/V$
- współczynnik bezpieczeństwa  $n$  (porównać wynik dla obu hipotez wytrzymałościowych!)



$R_{02}=280 \text{ MPa}$   
 $E=7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$   
 $\nu=0.32$

BELKI

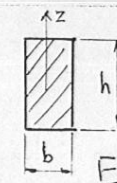
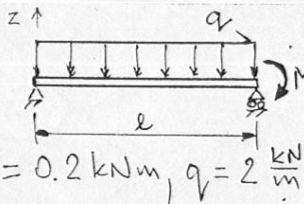
7



$l = 2 \text{ m}$   
 $q = 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$   
 $M = 0.4 \text{ kNm}$   
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

- 1° Obliczyć reakcje podporowe.
- 2° Wyznaczyć rozkłady sił tnących  $T$  i momentów gnących  $M_g$  - narysować ich wykresy.
- 3° Obliczyć maksymalne naprężenia normalne w najbardziej niebezpiecznym przekroju
- 4° Wyznaczyć linię ugięcia  $w(x)$  metodą całkowania równania różniczkowego belki i obliczyć stratę ugięcia  $f = w_{\text{max}}$ .

8



$l = 1 \text{ m}$   
 $h = 6 \text{ cm}$   
 $b = 2 \text{ cm}$   
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

1. Obliczyć reakcje podporowe.
2. Wyznaczyć rozkłady sił tnących i momentów gnących - narysować wykresy
3. Obliczyć maksymalne naprężenia normalne w najbardziej niebezpiecznym przekroju.
4. Wyznaczyć linię ugięcia  $w(x)$  metodą całkowania równania różniczkowego belki i obliczyć stratę ugięcia  $f = w_{\text{max}}$

Przykładowe zadania na I część egzaminu z Wytrzymałości Konstrukcji 1

**9**

1) Wyznaczyć reakcje na podporach (sprawdzić)  
 2) Wyznaczyć przebiegi siły tnącej  $T$  i momentu zginającego  $M_g$  (narysować wykresy, sprawdzić ich poprawność).  
 3) Napisać wzory na max. napężenia normalne od zginania i max. ścisnę od ścinania  
 4) Wyznaczyć obrót końca "C" i ugięcie końca "D" metodą siły jednostkowej.

**10**

Obliczyć i sprawdzić reakcje na podporach.  
 Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych wzdłuż osi belki oraz rozkład naprężeń  $\sigma_x(z)$  w najbardziej niebezpiecznym przekroju.  
 Obliczyć pionowe przemieszczenie p. C (metoda dowolna)

**11**

Dla belki o przekroju dwuteowym podpartej na podporach przegubowych i obciążonej układem momentów, wyznaczyć:

- rozkłady składowych wysiłku przekroju  $M_g(x)$  i  $T(x)$
- kąt ugięcia na lewej podporze  $\vartheta_A$
- maksymalne ugięcia belki  $w_{max}$ .

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

**12**

Dla belki o przekroju rury kwadratowej podpartej na podporach przegubowych i obciążonej momentem, wyznaczyć:

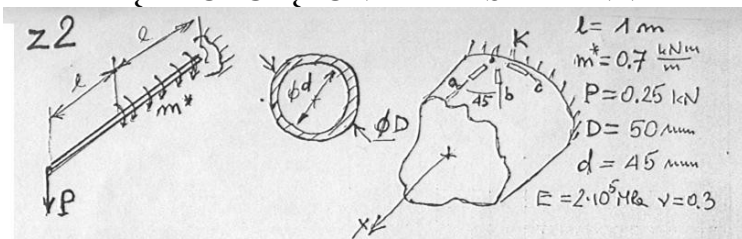
- rozkłady składowych wysiłku przekroju  $M_g(x)$  i  $T(x)$
- kąt ugięcia na lewej podporze  $\vartheta_A$
- maksymalne ugięcie belki  $w_{max}$ .

**13**

Obliczyć i sprawdzić reakcje na podporach.  
 Przedstawić rozkłady sił przekrojowych wzorami i na wykresach - na podstawie odpowiednich obliczeń.  
 Wyznaczyć linię ugięcia rozwiązując r-nię różnic. belki. Obliczyć kąty obrotu na podporach.

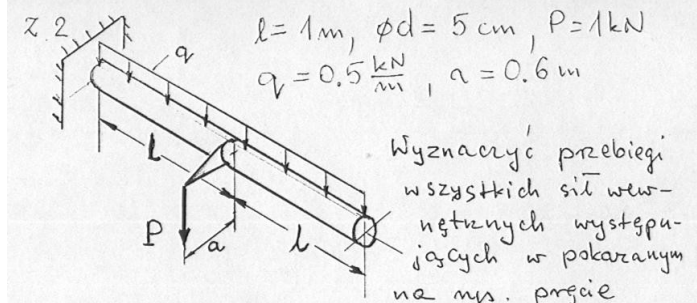
**PRĘTY OBCIĄŻONE PRZESTRZENNIE**

14



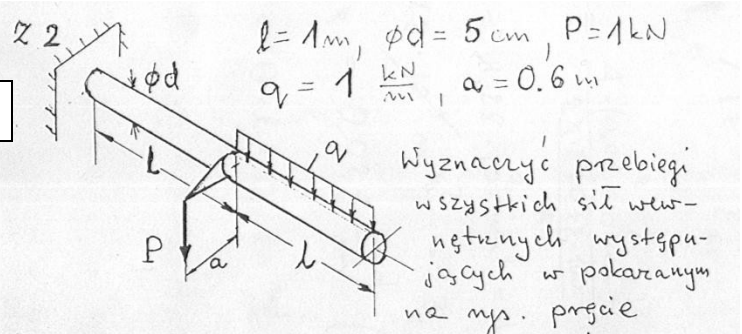
Pręt kołowy (muru), zamocowany jednym końcem w ścianie obciążono na potęgę długości stałym rozkładem  $m^*$  na skrajnie oraz siłą  $P$  na końcu swobodnym. W danym przekroju K przekroju utwierdzonego należąco rozetkę tensometryczną jak na rys. Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych na on pręta. Obliczyć i pokazać na kostce elem. stan naprężenia w punkcie K. Wpisać i wskazać tensometryczną w punkcie K.

15



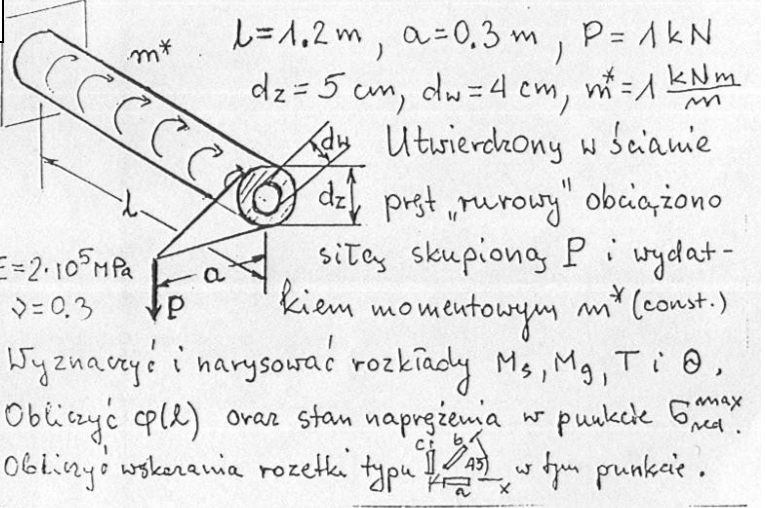
Wyznaczyć przebiegi wszystkich sił wewnętrznych występujących w pokazanym na rys. pręcie o przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kostce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć  $\sigma_{red}$  wg. hip. Hubera

16



Wyznaczyć przebiegi wszystkich sił wewnętrznych występujących w pokazanym na rys. pręcie o przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kostce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć  $\sigma_{red}$  wg. hip. Hubera

17



Utwierdzonej w ścianie pręt „rurowy” obciążono siłą skupioną  $P$  i wydatkiem momentowym  $m^*$  (const.) Wyznaczyć i narysować rozkłady  $M_s, M_g, T$  i  $\theta$ . Obliczyć  $\sigma_{red}$  oraz stan naprężenia w punkcie  $\sigma_{red}^{max}$ . Obliczyć wskazania rozetki typu  $\begin{matrix} c \\ \swarrow \searrow \\ a \end{matrix}$  w tym punkcie.

Przykładowe zadania na I część egzaminu z Wytrzymałości Konstrukcji I

**18**

Rura cienkościenna wykonana z blady duralowej o grubości  $\delta = 1 \text{ mm}$  obciążono na całej długości wydatkiem  $m$  i momentem skupionym  $M$  na końcu. Wyznaczyć: 1° wykres  $M_S(x)$  2° współcz. bezp.  $\eta_e = Re / \sigma_{red}^{max}$ , 3° wskazania tensometrów  $a, b, c$  naklejonych blisko utwierdzenia 4° obrót końca swobodnego.

**19**

Pokazana na rys. rura cienkościenna skręcana jest momentem  $M_S = 8 \text{ kNm}$ . Wyznaczyć: 1) stan naprężenia w dowolnym przekroju (mit rozetki naklejonej na płaszczyz (patrz rysunek) 2) siłę przypadającą na jeden 3) wskazania tensometrów ( $x, 45^\circ, t$ )

$\delta = 2 \text{ mm}$ ,  $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.34$

1) całkowity kąt skręcenia pomiędzy końcami rury.

**20**

z.2.

Cienkościenna rura o przekroju kwadratowym ( $a = 100 \text{ mm}$ ,  $\delta = 1 \text{ mm}$ ) i długości  $l = 1 \text{ m}$  obciążona jest równomiernie przyłożoną siłą poprzeczną  $P = 1 \text{ kN}$  ( $d = 0.45 \text{ m}$ )

$\nu = 0.34$   
 $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ .

Obliczyć: 1) maksymalne naprężenie zredukowane wg hipotezy Hubera 2) wskazania tensometrów  $a, b, c$  3) kąt obrótu końca swobodnego.

**21**

z.3. Cienkościenną rurę stalową o przekroju kwadratowym obciążono jak na rysunku. W połowie długości rury naklejono na jej powierzchni tensometr pod kątem  $30^\circ$  do tworzącej. Wyznaczyć:

- stan naprężenia w rejonie tensometru,
- naprężenia zredukowane,
- wskazanie tensometru,
- całkowity kąt skręcenia.

$E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.32$

**22**

Cienkościenną rurę duralową o przekroju kwadratowym obciążono samorzównoważonym układem momentów: gnących  $M_1$  i skręcających  $M_2$ . W połowie długości rury naklejono na jej powierzchni tensometr pod kątem  $30^\circ$  do tworzącej. Wyznaczyć:

- stan naprężenia w rejonie tensometru,
- maksymalne naprężenia zredukowane,
- wskazanie tensometru,
- całkowity kąt skręcenia.

$E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.32$

WYBOCZENIE

**23**

$l = 0.5 \text{ m}$ ,  $D = 16 \text{ mm}$   
 $\lambda_{gr} = 100$ ,  $d = 12 \text{ mm}$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

Pokazany na rys. pręt jest fragmentem kratownicy płaskiej, z węzłami przegubowymi. Jaka dopuszczalna siła ściskająca  $N$  może przenieść ten pręt jeśli wymagany ze wzgl. na wyboczenie współczynnik bezp.  $n_{kr} = 2.5$ ?

**24**

$l = 2.5 \text{ m}$   
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$   
 $\lambda_{gr} = 100$

Wyznaczyć dopuszczalną siłę ściskającą w pręcie, jeśli wymagany współczynnik bezpieczeństwa  $n_{kr}$  na wyboczenie = 2.5.

**25**

$l = 20 \text{ m}$ ,  $d_z = 1 \text{ m}$ ,  $d_w = 0.96 \text{ m}$   
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\lambda_{gr} = 100$ ,  $n_{kr} = 10$

Na jakie obciążenie można zaprojektować wieżę ciśnieniową, przyjmując współczynnik bezpieczeństwa na wyboczenie  $n_{kr} = 10$ ? Słup wieży jest rurą stalową o długości  $l$ , średnicy zewnętrznej i wewnętrznej odpowiednio  $d_z$  i  $d_w$ .

**26**

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$   
 $\lambda_{gr} = 100$

Jaką maksymalną siłą  $P$  można obciążyć pręt jeśli współczynnik bezpieczeństwa  $n_{kr}$  na wyboczenie jest równy 2?

**27**

$l = 2\text{ m}$ ,  $h = 60\text{ mm}$ ,  $b = 15\text{ mm}$   
 $E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$ ,  $\lambda_{gr} = 100$

Pręt o przekroju prostokątnym  $b \times h$ , połączony sworzniami z resztą ustroju pracuje na ściskanie. Jaka, maksymalna siła  $P$  można obciążyć pręt, jeśli współcz. bezpieczeństwa  $n_{kr}$  na wyboeczenie = 2?

**28**

$H = 0.5\text{ m}$ ,  $B = 0.25\text{ m}$ ,  $\delta = ?$

Jaka powinna być grubość nogi  $\delta$ , aby zarywna osoba o masie  $m = 100\text{ kg}$ , mogła bezpiecznie usiąść (ze współ. bezp.  $n = 2$ ) na środku ławki.

Jak zmieni się współcz. bezpieczeństwa, gdy w.w. osoba siądnie na brzegu ławki. Zaproponować w tym przypadku rozwiązanie metodą energetyczną. (w tym przypadku metoda dławienia).

**29**

$l = 2\text{ m}$

Dwuprętowa kratownica, której pręty mają przekrój tarczowy  $\phi_{dz} = 24\text{ mm}$  a  $\phi_{dw} = 18\text{ mm}$  obciążona jest siłą  $P$ . Wyznaczyć max. dopuszczalną wartość siły  $P$  ze względu na wyboeczenie.

$E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$ ,  $\lambda_{gr} = 100$ ,  $n_{kr} = 5$

**30**

$E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$   
 $\lambda_{gr} = 100$   
 $n_{kr} = 3$

Dwuprętowa kratownica płaska pokazana na rysunku, której pręty mają przekrój tarczowy, obciążona jest siłą  $P$ . Wyznaczyć maksymalną wartość tej siły.